

RHIC Heavy Ion Collision に対する流体モデル入門

室谷 心¹
松本大学総合経営学部

この講演では、RHIC の重イオン散乱実験の現象論的モデルとして有望視されている、流体モデルの入門的なレビューを行う。特にモデルの基本的な仮定と、現象論としてのパラメーターの決定過程の解説に重点を置いた。

1 はじめに

流体モデルが RHIC の実験、特に v_2 をよく再現するモデルとして注目を集めている。特に、現在の現象論の主流がエントロピー生成を無視した完全流体モデルであることから、RHIC で作られた QGP や宇宙初期は粘性の無い“サラサラ”の状態であったという研究結果が新聞紙上に報じられたりした。また、本研究会の主目的でもあるように、弦理論のモダンな取り扱いから流体モデルのパラメーターを導出でき、弦理論で QGP の議論を可能にする橋渡しになるのではないかという期待もある。

ハドロン物理の初心者を対象として、流体モデルの基本的な仮定と現象論としてのパラメーターの決定過程の解説を行う。

2 熱力学量の導入

下の図 1 は CERN と RHIC で得られている生成粒子の横運動量分布である。このような指数減衰型の分布が得られたとき、粒子分布のモデルとして真っ先に思いつくのは、全エネルギーに対する拘束条件をつけた位相空間一様分布であろう。統計力学の教科書にあるように、全エネルギーに対する拘束条件を解くためのラグランジュ未定乗数が“温度 T (の逆数)”であり、図 1 のような分布を特徴付けるスロープパラメーターとなる。もちろん重イオン反応の場合に、この T がそのまま熱力学的な温度とみなせるかどうかはこの段階では自明ではない。粒子分布の最尤確率のパラメーターとしてエネルギーの次元を持つパラメーターが得られ、それによって実験結果を特徴付けることができるというだけであり、パラメーターの自然な値のオーダーも自明ではない。

この“温度 T ”を熱力学的な実体と考えるモデルが統計モデルである。もともと Fermi が提案した統計モデルでは粒子分布を議論していたが、最近の重イオンの現象論で統計モデルといった場合には、本論文の最後で触れるように、重粒子数やストレンジネスなどの保存量を考慮に加えた上で、粒子の個数のみを議論する場合はほとんどである。

温度に加えて、エネルギー密度やエントロピー密度といった熱力学量を実体とみなしたモデルが、ランダウの流体モデルである。ランダウは相互作用が強く粒子数密度が大きな系では、 $\ll$ 行路の

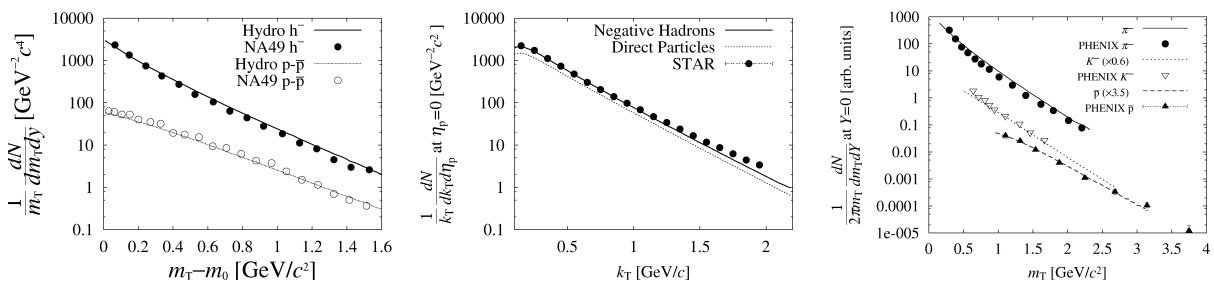


図 1: CERN(left) 及び RHIC(center,right) での生成粒子の横運動量分布 [2]

¹e-mail address: muroya@matsu.ac.jp

長さ $\gg$ が小さく緩和時間が短くて、粒子数という概念自体が意味を失うとして、“完全”流体的な巨視的振る舞いを提案した [3].

流体モデルでは、系を構成する微小体積ごとに温度や、エネルギー密度、圧力、エントロピー密度といった熱力学量が定義できると考え、系全体の時空発展はオイラー方程式もしくはナビエ・ストークス方程式で記述できると仮定する．微視的なモデルであっても電荷密度やエネルギー密度を微小体積に定義することは可能であるが、エントロピー密度は温度の定義と表裏一体であり、熱統計力学的な考察なしには非自明な量である．流体方程式を解く際には、微視的な粒子の振る舞いを追跡しない代わりに、物質を特徴付ける状態方程式が必要である．モデル状態方程式としては、高温のステファン・ボルツマン型 QGP 相と低温の質量を持ったハドロンガス相をモデル相転移でつないだものが用いられることが多い．

RHIC の初期状態は、ランダウが想定していたような①「相互作用が非常に強く」②「個々の粒子の波動関数が重なり合うくらい粒子密度の高い状態」なので、粒子の散乱描象に基づく記述が、たとえ可能であるとしても、微視的であるからといって優れているわけではない．微小体積ごとの平均値を基にした巨視的なモデルである流体モデルには、構成物質の状態方程式や微視的には扱いの難しい“相”の概念が含まれている．したがって、微視的なモデルと巨視的な流体モデルとを相補的に活用すべきであろう．

完全流体モデルの場合、系の時空発展はオイラー方程式と流れの保存則

$$\begin{aligned}\partial_\nu T^{\nu\rho} &= 0 \\ T^{\nu\rho} &= (\varepsilon + P)U^\nu U^\rho - P g^{\nu\rho} \\ \partial_\nu J_B^\nu &= \partial_\nu (n_B U^\nu) = 0\end{aligned}$$

で記述される．ここで $T^{\nu\rho}$, U^ν , ε , P , J_B^ν , n_B , はそれぞれエネルギー運動量テンソル, 4 元速度, エネルギー密度, 圧力, 重粒子数流, 重粒子数密度である．

3 1 + 1 次元モデル

Bjorken の有名な論文にあるように、1+1 次元膨張モデルを考える際には、座標変数 (t, z) の関数として流体の縦方向流れのラピディティ Y_L と温度 T を解くことになる [4]. 超相対論的であることを考慮して座標変数を (t, z) から固有時 τ とローレンツ角 η に変数変換すると、オイラー方程式は

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{d\tau} \left(C_L \partial_\tau T + \frac{1}{\tau} S_L \partial_\eta T \right) + (\varepsilon + P) \left(S_L \partial_\tau Y_L + \frac{1}{\tau} C_L \partial_\eta Y_L \right) &= 0 \\ \frac{dP}{d\tau} \left(S_L \partial_\tau T + \frac{1}{\tau} C_L \partial_\eta T \right) + (\varepsilon + P) \left(C_L \partial_\tau Y_L + \frac{1}{\tau} S_L \partial_\eta Y_L \right) &= 0\end{aligned}$$

となる．ここで $C_L = \cosh(Y_L - \eta)$, $S_L = \sinh(Y_L - \eta)$ である．この連立方程式の特解として、スケーリング解 $Y_L(\tau, \eta) = \eta$, $T(\tau, \eta) = T(\tau)$ が得られる．この解をオイラー方程式から得られるエントロピー保存則に代入し、状態方程式としてステファン・ボルツマン型を採用すれば、

$$\frac{dS}{dY} = \text{const}, \rightarrow T \sim \tau^{-1/3}$$

が得られる．べきが $-1/3$ なのは流体方程式が記述する隣の体積素片との押し合いによる仕事のためであり、圧力 $P = 0$ の場合には単位ラピディティあたりのエネルギーが保存して $\frac{dE}{dY} = \text{const}, \rightarrow T \sim \tau^{-1/4}$ となる．

4 流体の時空発展

3+1 次元の場合にも適当な初期条件を仮定して流体方程式を解けば、温度分布や重粒子数分布、流速分布といった量の時空発展を得ることができ、高温高密度状態が冷却しながら膨張していく様子(図2)や、角度分布の異方性の変化の様子などを議論することができる。このような流体の時空発展の様子自体は直接観測にかかる量ではないが、時空発展の様子を可視化することによって、現象をより深く理解する助けとなるであろう。

また、オイラー方程式を体積要素に乗ったラグランジュの立場で解けば、特定の体積要素の時間発展を状態空間中で追跡することができ、相転移に臨界点が存在する場合には状態空間上での軌跡が臨界点が引き寄せられるといった議論もなされている(図3)。^[6]

5 流体から粒子へ

前節で見たような熱力学量の時空発展はそれ自体興味深いものであるが、直接実験にかかるものではない²。実験で測定されるのは、流体を構成している個々の粒子である。したがって実験データと比べるためには、体積要素で平均を取った熱力学量を記述する流体から、個々の粒子分布に変換してやる必要がある。

流体モデルの基本的な仮定として熱力学量を実体と考えるので、基本的には各体積素片の熱平衡分布を全領域にわたって加え合わせるだけである。その際に、流体の解として体積要素の4元速度が得られているので、測定器から見た粒子分布を得るために、体積要素の速度でローレンツ変換してから足し合わせることになる。

$$E \frac{d^3 N}{d^3 k} = \frac{g}{(2\pi)^3} \sum_{\text{surface}} f(x, k) k^\nu d\sigma_\nu$$

粒子分布のローレンツ変換のさせ方は自明ではないが、この表式は体積要素の持っているエネルギー運動量と生成粒子のエネルギー運動量が等しくなるようにローレンツ共変化されており、Cooper-Flye 公式と呼ばれている。ここで

$$f(x, k) = \frac{1}{e^{(k^\nu U_\nu(x) - Q\mu_Q(x))/T(x)} \pm 1}$$

は Bose または Fermi の統計分布であり、化学ポテンシャル μ_Q と温度 T 、4元速度 U_ν は体積要素の値を使うので、すべての種類の粒子に対して共通の値を使うことになる。

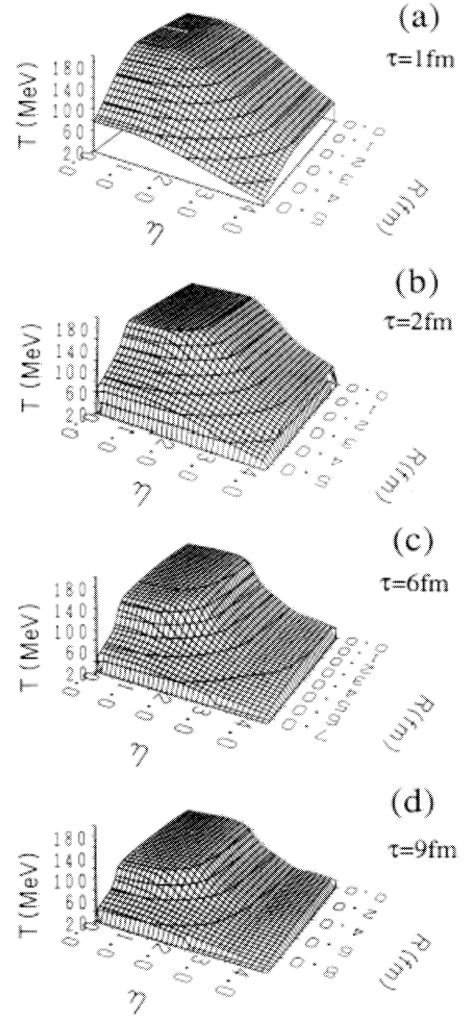


図 2: 温度分布の時空発展例 ^[5]

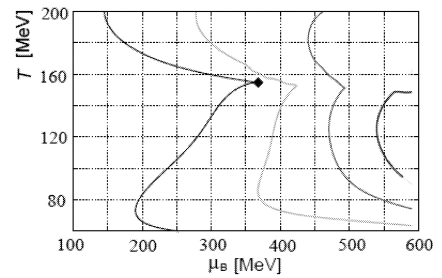


Figure 1. Isentropic trajectories in the cases with the CEP. The CEP is located at $(T_E, \mu_{BE}) = (154.7 \text{ MeV}, 367.8 \text{ MeV})$. The values of n_B/s on the trajectories are 0.01, 0.02, 0.03, and 0.04 from left to right.

図 3: 状態空間での軌跡 ^[6]

² 光子や軽粒子で放出時刻に分けてトモグラフィーを測れば測定可能か?

流体モデル自体は4次元的な流体の情報を持っているが、生成粒子の計算は時間的3次元超局面(法線ベクトルが時間的)上で行うことになる。素朴な仮定として時刻 $\tau=\text{const.}$ (または $t=\text{const.}$)超局面が使われることもあるが、たいていは温度一定の超局面が使われる。これは、図1の説明で述べたように、粒子の横方向運動量分布は有限温度分布でよく記述され、上の表式の粒子分布の計算の際に使われる温度は流体の体積素片の温度のためである。つまり、上の粒子分布の計算を行う超局面としてある温度 T_f を条件とする超局面を取れば、粒子分布は温度 T_f の統計分布を4元速度ローレンツ変換した分布となり、温度 T_f は凍結温度と呼ばれており、通常流体の解の四元速度によるローレンツ変換と併せて粒子分布が実験と合うように選ばれる。粒子の種類によらず、 T_f は π 粒子質量 $\sim 140\text{MeV}$ から 120MeV 程度の値で実験をよく再現する。衝突軸方向にも、初期分布として適当な仮定をしてやれば、実験結果を再現することができる。(図4)

ここでいう実験を“再現”というのは、分布の形だけではなく粒子数の絶対値であることに注意する必要がある。流体の横方向のサイズとして衝突原子核のサイズから初期値を設定し、流体モデルで膨張させた時空体積と、実験にあわせた T_f の統計分布から求めた総粒子数は実験で得られる生成粒子数をよく再現する。この意味で、流体モデルが記述する熱力学量は物理的実体だといえるであろう。

6 初期条件

高密度状態の生成を狙った議論の際には、ランダウの流体モデルの特徴的な初期条件として、ローレンツ収縮した粒子が重なり合って止まり超高密度状態を作るといいうゆる“ストップング描像”が議論されることが多い。高エネルギー散乱実験でもCERN-SPSの頃までは、このようなストップング描像を採用したモデルもあったが、RHICの場合には衝突エネルギーが非常に大きいために、Bjorkenのスケーリング描像からスタートするグループがほとんどである。

すなわち、衝突軸方向 z と時刻 t の代わりに固有時 τ とローレンツ角 η を座標として用い、 $\tau = \tau_0$ 超局面上で初期条件を与える。流速の初期分布として縦方向はスケーリング解 $Y_L(\tau, \eta) = \eta$ を採用し、横方向は初期値を0とする。もちろん以後の時刻では、流体方程式に従って横方向の流れが力学的に起こり、縦方向のスケーリング解 $Y_L(\tau, \eta) = \eta$ からのずれも現れてくる。温度分布やバリオン数密度の横方向分布に関しては、衝突原子核の質量数から2体衝突モデルで形を評価したり、密度飽和を仮定して一様分布+ガウス型周辺で与えたりする。一方縦方向に関しては衝突における非弾性率が未知なために、生成粒子の縦方向分布が合うようにパラメトライズを行っている。

衝突軸の周りの角度分布について積分した、円筒対称な時空発展を記述するだけならば、動径方向に密度飽和を仮定した一様分布+ガウス型周辺分布で十分であるが、 v_2 のような角度分布の異方性を議論する際には、初期時刻での横方向断面上での温度分布(または、エネルギー密度分布)のアーモンド形の形状を衝突係数と関係付けて与える必要があり、初期横分布の形を与える何らかの議論が不可欠である。一様分布+ガウス型周辺分布であっても、2体衝突モデルによる横方向分布関数を使うにしろ、現在の流体モデル使うのは分布の形だけであり、初期の中心部の温度(エネルギー密度)は生成粒子数が合うようにチューニングするフィッティングパラメーターである。

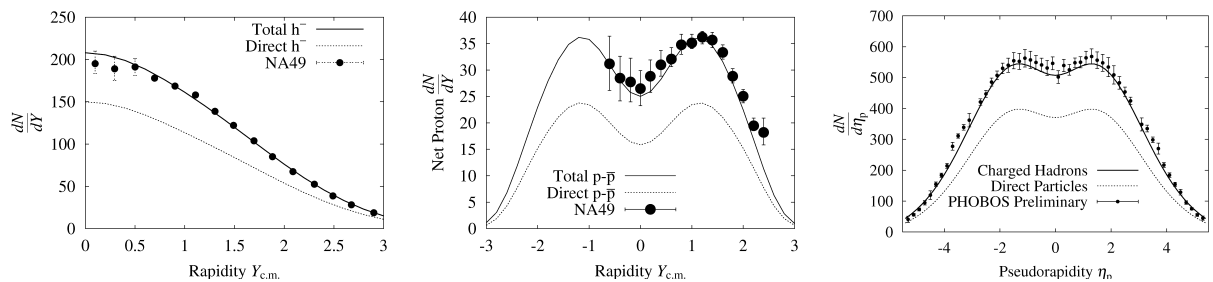


図4: CERN(left,center,) 及び RHIC(right) での生成粒子のラピディティー分布や擬ラピディティー分布 [2]

RHIC の場合には、衝突エネルギーが高いために、初期温度分布の中心ラピディティー領域に平らな領域がみられ、Bjorken のスケーリング描象がよく合っている。このため、中心ラピディティー付近の物理量を議論するだけならば、縦方向の流速はスケーリング解 $Y_L(\tau, \eta) = \eta$ で一定とし物理量はローレンツ角 η によらず τ と横方向 x, y の関数であると仮定して、横方向の膨張だけを真面目に解く 1+2 次元の流体モデルであっても、十分よく実験を再現する。1+3 次元膨張を真面目に解いた場合と縦方向にはスケーリングを仮定して 1+2 次元で横方向のみを解いた流体モデルでは、RHIC の結果を議論する限りにおいては、中心ラピディティー領域の物理に違いはみられない。

7 境界条件

以上で流体モデルのパラメーターはすべて決まったことになる。現象論としての流体モデルにはたくさんのパラメーターがあるように見えるが、実際に実験データを前にパラメーター探しをしてみると、パラメーター空間はさほど自由ではない。凍結温度 T_f は生成粒子の横運動量分布の減衰の様子でほぼ決まってしまう。初期温度やエネルギー密度の η 分布は生成 π 粒子分布でほぼ決まる³。初期横断面分布の形は、衝突原子核のサイズや形状、密度で決まる。もっともらしい仮定をおいて実験データと比べながらパラメーター探しをすると、だいたいモデルとして自然な範囲の温度やエネルギー密度が出てくるので、流体描像はモデルとしてよくできた描像だといえる。

偏微分方程式を解くという立場では、時間的な初期条件に加えて空間的な境界条件が必要で、通常は中心から離れた領域ではエネルギー密度も温度もその微分も十分に小さい(もしくは存在しない)という境界条件で時間発展を数値的に解くことになる。流体力学はパラメーター τ でステップアップしていくので、終期条件が $\tau = \text{const}$ ならば何の問題もないが、 $T = T_f$ 超局面で粒子分布を生成させる場合には、流体方程式を解く際の境界と、物理的な流体の境界とが一致しないことになる。モデルの泣き所のひとつであるが、やむを得ず十分低温まで流体が存在していると思って一度流体の時空発展を解き、後から $T = T_f$ 超局面を拾い出すという 2 重構造で扱っているのが現状である。中心部のエネルギーやエントロピーの密度は $T = T_f$ 超局面上の値と比べて非常に大きいので流体の巨視的な発展には大きな影響はないだろうと期待しているが、横膨張の詳細などの“境界に近い”現象には影響が現れるかもしれない。

縦方向の端の部分では、衝突原子核の核子が多く存在する一方で π のような生成粒子数は中心と比べて少ない、このため、流体で記述しようとする、低温高密度領域として記述せざるを得ない。温度分布と化学ポテンシャル分布の減衰の競争が微妙な領域であり、状態方程式によっては計算が不安定になりやすい。非中心衝突まで含めた η の大きなところの扱いは、散乱に関与していないスペクテーター核子が混ざっているときに、流体の熱平衡分布での記述が妥当かどうかという問題に関する議論が必要であろう。

8 状態方程式の違いが見えるか？

これまで流体モデルのパラメータの固定の仕方を議論して、QGP+ハドロンガスの相転移の入った状態方程式を用いた流体モデルと実験データの比較の図を示してきた。果たしてこれで、QGP と相転移を証明したことになるのであろうか？本当にハドロンモデルではいけないのかが気になるところである。図 5 は CERN の実験について、どちらも生成粒子が実験データに合うようにパラメータを合わせた、ハドロンモデルと QGP 相転移モデルの比較である。実験を再現するようにパラメータを探すということは、結局どちらも同じような凍結温度の超局面を与えるようになるということであり、状態方程式の違いは直接観測できない初期分布の違いに押し込まれてしまい、モデルキリングが難しい。

³ラピディティーの大きな領域での初期分布に関しては、パラメーター空間での制限は不十分で一意には決まらないようである。[7]

状態方程式の違いを増幅する物理量として期待されてきたのが、 v_2 などの方位角異方性である。方位角異方性とは非中心衝突において粒子の方位角 (衝突軸を中心とした角度) 分布に偏りがおこる現象であり、インパクトパラメーター方向を表す反応平面 Φ から、

$$N(\phi) = N_0 \{1 + 2v_1 \cos(\phi - \Phi) + 2v_2 \cos[2(\phi - \Phi)] + \dots\}$$

によって方位角分布のフーリエ級数展開の係数で定義される量である。第 1 harmonics の v_1 は directed flow, 第 2 harmonics の v_2 は楕円型放出と呼ばれる。これらの量は非中心衝突において座標空間に作られた初期エネルギー分布の異方性が、運動量空間の異方性にどの程度転換されるかを表しており、流体力学的な時空発展を通じて、圧力勾配などの熱力学量や状態方程式に直接依存すべき量である。RHIC 実験場合, CERN-SPS での実験と比べて、 v_2 の値が大きく、流体モデル以外のモデル (微視的なモデル) ではこの大きな v_2 を再現できなかったことから、“QGP は完全流体ではないか” という見解にまで至ることになった。ただ、流体モデルが v_2 を再現したといっても、他のモデルでは出せない大きな v_2 を出しているというだけであり、また、流体モデルでも RHIC では初期時刻 τ_0 を従来の SPS のときの値の 6 割程度にとっているの、SPS よりも大きな RHIC の v_2 を定量的に予言したわけではない。さらに、流体モデルでも、状態方程式としてハドロンモデルと QGP+相転移モデルとの比較をきちんと行って、QGP+相転移モデルだけが実験の v_2 を再現していることを確認した訳ではない。したがって、現在の v_2 の結果だけから、流体モデルの仮定すべてを容認するのはいささか早急なように思われる。

9 流体は本物か

これまでも述べてきたように状態方程式として QGP+相転移を仮定した流体モデルは、モデル全体として見たときに、特に破綻することなくもっともらしい範囲のパラメーターで RHIC 実験の生成粒子分布やエネルギー分布を分布の形のみならず絶対値まで含めて良く再現する。この意味では流体モデルが扱う“温度”は本当に熱力学的な実体であり、少なくとも局所的な平衡は実現していると考えられる。流体モデルの枠組みの中では、ここまでの議論が限界である。流体モデルが基本的な仮定としている局所平衡を正当化するためには、流体モデルの巨視的なスケールと微視的な緩和の尺度の比較を行ってやる必要がある。

流体モデルの成立条件の問題は新しい問題ではなく、1959 年の磯・森・並木の論文で微視的な緩和の尺度と巨視的なモデルとしての流体モデルの成立条件が議論されている [8], そこでは、熱的コンプトン波長と巨視的な流体サイズとの比較や流体の解の温度変化尺度と巨視的な流体のサイズの比較、

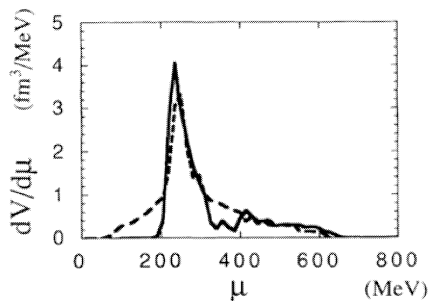


FIG. 11. Volume distribution of chemical potential on freeze-out hypersurface $T = T_f$; solid line stands for the case of the baryon-rich quark-gluon plasma model and dashed line for the hadronic fluid model, respectively.

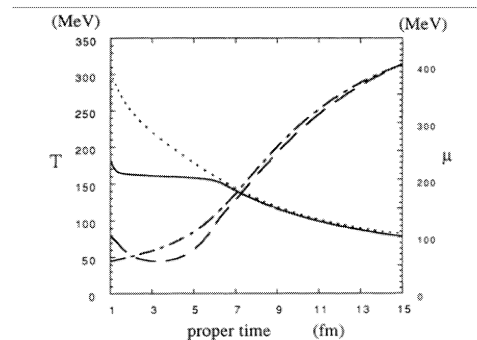


FIG. 6. Chronological evolution of thermodynamical quantities at the central point ($r = 0, \eta = 0$); solid line stands for the temperature of the baryon-rich quark-gluon plasma, dashed line for chemical potential of the baryon-rich quark-gluon plasma, dotted line for the temperature of the hadronic fluid, and chained line for the chemical potential of the hadronic fluid.

図 5: 生成粒子分布を合わせた場合のハドロンモデルと QGP 相転移モデルの比較。 [5]

微視的な緩和時間と流体の解が変化する時間尺度の比較などが巨視的なモデルとしての流体モデルの正当化のチェックポイントとしてあげられている。また，“完全”流体描像の正当化のためにレイノルズ数の定義もなされている。系の緩和尺度を QCD から微視的に導出するのは一般に難しいが、最近格子 QCD でも輸送係数が計算されつつあるので、流体の数値解と格子 QCD などから得られた輸送係数を付き合わせることによって磯らが議論したような比較を行い、巨視的なモデルとしての正当性を確認することができるであろう。

素朴な流体描像が破綻する現象の一つとして化学凍結の議論がある。これは、第 2 節で簡単にふれたように、各種粒子の生成個数比を温度と化学ポテンシャルだけをフィッティングパラメーターとして統計分布で合せてしまおうという統計モデルの結果で、図 6 に示したように、温度 $T_{chem}=176\text{MeV}$ 、バリオンの化学ポテンシャル $\mu=41\text{MeV}$ の二つのパラメーターだけで数多くの粒子数比を再現できる。一方この $T_{chem}=176\text{MeV}$ という温度は横運動量分布から評価した温度 $T_f=140\sim 120\text{MeV}$ とは全く違う温度である。

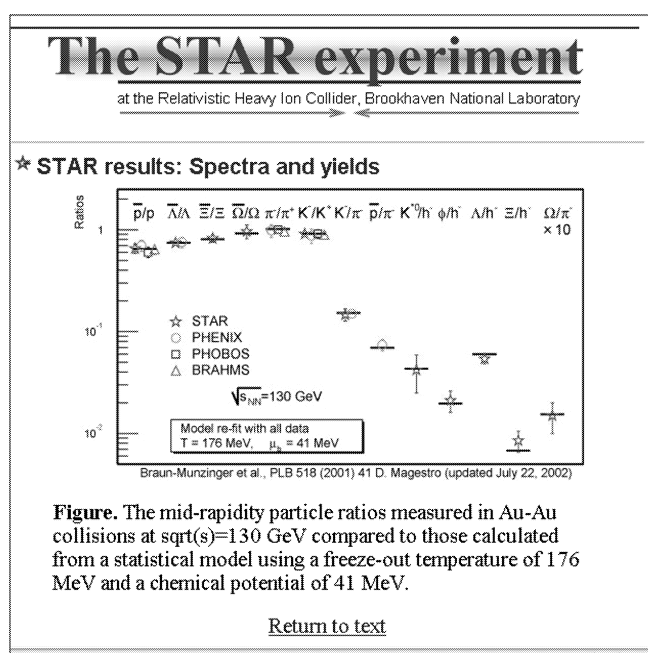


図 6: STAR Group ホームページ上にある，統計モデルの結果。

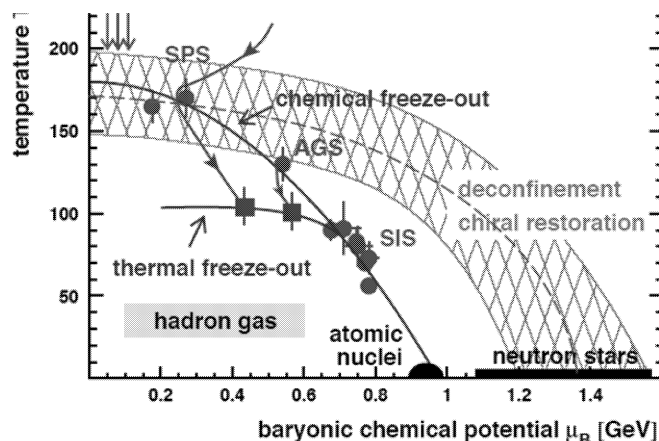


図 7: 化学平衡と freeze-out のラインを入れた相図

これら二つの温度を共存させるために導入された概念が化学凍結である。これは、粒子間相互作用のうち粒子数の変化を伴うような相互作用が終了する (化学凍結) 温度が $T_{chem}=176\text{MeV}$ であり、粒子数変化が起これなくなってもエネルギーのやり取りは行われて熱平衡は続き、相互作用が弱くなって流体から個々の粒子に分かれるのが凍結温度 $T_f=140\sim 120\text{MeV}$ であるという解釈である (図 7)。この解釈自体はもっともらしい自然な解釈に見える。

しかしながらこの解釈によれば、相図のなかで化学凍結 (Chemical Freeze-out) と最終的な熱的凍結温度には含まれた領域では、化学平衡が破れた “完全な平衡ではない” 状態が作られていることになる。状態方程式を input に使う流体モデルの立場からすると、熱平衡は成立するが化学平衡は成り立たないという部分的に平衡の破れた状態の状態方程式をきちんと作ってやる必要がある。平野・津田は実際に実験で得られた化学凍結温度を使って、粒子数を化学凍結温度で固定した部分平衡の状態方程式を作り流体モデルに利用した [9]。化学凍結は統計モデルがインプットとした粒子数比から要請されるので、化学凍結を取り入れない完全な平衡での状態方程式を使った場合には実験の粒子数比は再現できない。化学凍結と熱的凍結の間の部分平衡の領域は、系の巨視的な膨張速度と微視的な粒子数緩和時間、熱的緩和時間の 3 つの時間尺度の間から生まれるものであって、流体の解が変われば膨張の速さが変わり、それに伴って化学凍結温度も変わるべきものである。つまり、流体の解によってそのつど状

状態方程式を作り直さないといけないという、複雑な状況になってしまう。また、格子ゲージ理論のような平衡系で求めた状態方程式を実験と比較することもできないことになる。

このようなモデルの煩雑化を避けるために、QCD 相転移のハドロン側、もしくは化学凍結時点で流体描像を止め、それ以後の系の発展をハドロンの微視的なモデルで記述する試みが、最近精力的になされている。

10 まとめ

以上 RHIC Heavy Ion の現象論的モデルとしての流体モデルについて解説を行ってきた。客観的に見て現在の流体モデルは予言能力が低く、実験データに後付けの解釈をしている部分が多い。しかしながら、実験データの多くを自然な形で再現しているのは確かなので、流体モデルで仮定された初期状態を CGC のような反応初期に対する微視的モデル計算から導出することを目指したり、流体の数値解の時空発展尺度と基礎理論である QCD から導出した緩和時間との比較を行って、“完全”流体モデルを基礎理論から正当化したりという風に、後付ではあっても、流体モデルのパラメーターを実験と基礎理論とをつなぐ中間段階理論として積極的に利用していくべきであろう。

流体モデルは局所的な熱力学に基づく巨視的モデルである。したがって、流体モデルを今後より発展させていくことによって、状態方程式のモデル間競争を行って QCD “相転移” の物理の展開が期待される。QGP 研究の本来の目的である “相” の研究のためには、局所的とはいえ熱力学的性質の入ったモデルが不可欠であり、微視的なモデルとは違う流体モデルの特徴を生かした今後一層の発展が可能であろうと確信している。

参考文献

- [1] 説明に必要な最小限なものだけ引用したために、ここにあげた文献はさきわめて不十分である。最近の発展については、平野哲文氏のホームページ、<http://tkynt2.phys.s.u-tokyo.ac.jp/~hirano/> や、野中千穂氏のホームページ、<http://hken.phys.nagoya-u.ac.jp/~nonaka/index.html> を参照。また実験に関しては RHIC ホームページ <http://www.bnl.gov/rhic/> から各実験グループの成果を見ることができる。
- [2] Kenji Morita, Shin Muroya, Chiho Nonaka and Tetsufumi Hirano, Phys. Rev. **66**(2002)054904.
- [3] L. D. Landau, Izv. Akad. Nauk S.S.S.R. **17** (1953), 51; (「高速粒子の衝突における粒子の多重発生について」 広重徹訳, 「粒子の多重発生に関する論文集」 共学館 (東京)(1956) 収録).
- [4] J. D. Bjorken, Phys. Rev. **D27** (1983)140
- [5] T. Ishii and S. Muroya Phys. Rev. **D46** (1992)5156
- [6] M. Asakawa and C. Nonaka, Nucl. Phys. **A774** (2006),753.
- [7] K. Morita, nucl-th/0611093
- [8] C. Iso, K. Mori and M. Namiki, Prog. Theor. Phys. **22** (1959), 403.
- [9] T.Hirano and K.Tsuda, Phys. Rev. **C 66** (2002),054905