

# Baryons in holographic QCD: Stability and $\rho$ -meson effects

古城 徹<sup>1</sup>、名和 要武<sup>2</sup>、菅沼秀夫<sup>3</sup>  
京都大学 大学院理学研究科<sup>1,3</sup>  
大阪大学 核物理研究センター<sup>2</sup>

近年開発されたホログラフィック QCD 模型は、QCD の非摂動的性質を、超弦理論におけるゲージ/重力対応を用いて解析的に扱う手法として現在非常に注目を集めている。その中でも D4/D8/ $\overline{\text{D8}}$  ブレーン系に基づく酒井・杉本模型は、QCD のカイラル対称性を取り込んでいるだけではなく、低エネルギーでの種々の関係式、中間子の質量、中間子同士の結合定数など、カイラル対称性のみからは決まらない量についても良く再現する、QCD に基礎を置いた模型として極めて興味深い。本稿では、この模型を用いてバリオンを  $\pi$  中間子と  $\rho$  中間子のソリトンとして構成した最近の我々の仕事 [1] を紹介する。特にこれまで理論への取り入れ方に不定性があった  $\rho$  中間子による影響について強調したい。

## 1 中間子ソリトンとしてのバリオン ～ スキルム模型とホログラフィック QCD との接点

中間子のソリトンとしてのバリオンの構成は'60 年代初頭に Skyrme により始められた [2]。Skyrme は  $\pi$  中間子のソリトンの配位を考え、ソリトンの持つトポロジカル電荷をバリオン数として同定することでバリオンを表現しようとした。しかし当時このアイデアはあまり顧みられず、その重要性が認識されたのは、70 年代後半の Witten の large  $N_c$  の議論により QCD との関連が指摘されてからである。'tHooft により始められた large  $N_c$  の解析により、large  $N_c$  QCD においては QCD は中間子の弱い相互作用系となり、中間子間の相互作用は  $1/N_c$  に比例することが知られていた [3]。その後バリオンの質量は  $N_c$  に比例することを Witten が示し、さらにバリオンの質量と中間子間の結合定数が逆数の関係にある、というソリトンにおいて典型的な関係に注目し、バリオンが中間子のソリトンで記述できるのではないかという議論を行なった [4]。その直後 Adkins, Nappi, Witten によりバリオンの古典ソリトン解は、集団座標を用いて量子化することで陽子、中性子、 $\Delta$  粒子などの明確なスピン、アイソスピンを持つ状態に射影され、この量子化された状態を用いて様々な物理量が調べられた [5]。実験値と計算値は大体 30% 程度の誤差で一致し、バリオンの静的性質を良く再現している。

さて、 $\pi$  中間子のみから構成したソリトンでバリオンの性質を比較的良く再現できたことから、低エネルギーの現象論で重要な役割を果たしてきた  $\rho, \omega, a_1$  などの中間子を含めることで更なる改善が見込まれ、拡張も試みられた。しかしながら、導入の仕方はカイラル対称性のみからは決まらず、従って  $\rho$  中間子などの採り入れ方については明確な指針がない、という問題があった。この問題に対する主要なアプローチとしては Bando et al. による hidden local symmetry のゲージボソンとしてベクトル中間子を導入するという試み、そしてこの方向性で更なる拡張を試みた Son, Stephanov による Open Moose model がある [6]。これらは、数々の低エネルギーの現象論的な関係式を再現し、QCD の持つ重要な性質を含んでいると予想されるが、いずれも QCD のカイラル対称性からくる帰結を越えた議論を有するものの、QCD からどのように理解すべきかが明確ではなかった。

以上のような状況の下、酒井・杉本模型が提唱された [7]。この模型では、まず初めに超弦理論における D4/D8/ $\overline{\text{D8}}$  ブレーンの系から出発する。この系は、低エネルギーにおいて、large  $N_c$  かつ強結合

<sup>1</sup>e-mail address: torujj@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

<sup>2</sup>e-mail address: nawa@rcnp.osaka-u.ac.jp

<sup>3</sup>e-mail address: suganuma@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

の QCD として見做せる一方、ブレーンを古典レベルの超重力解で近似した後、その背景場の下での励起モードからなる系としても記述可能である。これより、量子効果が強く解析が難しい非摂動 QCD が与える物理量を、より扱いが易しい超重力サイドにおける摂動論で計算することができる。

この方法により、 $D4/D8/\overline{D8}$  ブレーンから 5 次元上の中間子の有効作用が導出される。この 5 次元の作用はパラメータをたった 2 つしか含まず、4 次元で見たときに現れる無限個の中間子の中間子の質量、それらの間の相互作用は 5 次元のダイナミクスの結果として全て決定される。この枠組ではそれまで不定性のあった中間子などの導入の仕方も決まり、カイラル対称性を越えた要素についても議論可能となるのである。理論の含む 2 つのパラメータは  $\pi$  中間子の崩壊定数  $93.4\text{MeV}$  と  $\rho$  中間子の質量  $776\text{MeV}$  を合わせるように決められる。これらのパラメータは中間子間の相互作用定数、より高励起のベクトル中間子の質量をも良く再現し、酒井・杉本模型により低エネルギーの中間子のダイナミクスが正しく反映されていることを示唆している。以下この作用を基にバリオンを構成していく。

## 2 ホログラフィック QCD における $\rho$ 中間子まで含めたバリオンの構成

バリオンを構成する際の主なアプローチとしては 2 通り考えられる。1 つ目は 4 次元の作用に射影する前の段階で、5 次元のインスタントンとしてバリオンを構成し、それから 4 次元に射影するアプローチであり、この方法は無限個あるベクトル中間子を全て取り入れてバリオンを構成できるという長所がある [8]。2 つ目は、今回我々が採用したアプローチであり、4 次元に射影した中間子の作用のうち、低励起の中間子を順番に取り入れながらバリオンを構成するというものである。この方法では各々の中間子による性質の変化を逐次見ていかねばならず、一見前者のアプローチの一部分に過ぎないように見える。しかし、ここで元々用意した  $D4/D8/\overline{D8}$  ブレーンの系を QCD と見なせるのは、QCD に含まれていない Kaluza-Klein(KK) モードが抑制される  $M_{KK} \sim 1\text{ GeV}$  以下のエネルギースケールであることに注意したい。このことに注意すると、超重力サイドでの  $M_{KK}$  以上のエネルギーの中間子になるほど QCD の対応物としての意味を失っていくことが予想され、例えばある中間子の励起状態が、実は QCD と何ら関係のない KK モードと対応してしまう、などということがあり得るのである。このような観点に立てば、中間子の作用のうち、QCD との対応が明白な  $M_{KK}$  以下の質量を持つ粒子を軽い方から順に導入してバリオンの性質を見るという方法を取るべきである。

以上の理由から、無限個の中間子を含む作用のうち、本研究では  $\pi$ 、 $\rho$  中間子の自由度まで考慮してバリオンを中間子のソリトンとして構成する。G パリティの保存が明確なゲージ固定の下、作用は以下の形に導出される [1]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{D8}^{\text{DBI}} &= \kappa \int dz \text{tr} \left\{ \frac{1}{2} K(z)^{-\frac{1}{3}} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + K(z) F_{\mu z} F_{\mu z} \right\} \\ &= \frac{f_\pi^2}{4} \text{tr}(L_\mu L_\mu) - \frac{1}{32e^2} \text{tr}[L_\mu, L_\nu]^2 + \frac{1}{2} \text{tr}(\partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu)^2 + m_\rho^2 \text{tr}(\rho_\mu \rho_\mu) \\ &\quad + ig_3 \rho \text{tr}\{(\partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu)[\rho_\mu, \rho_\nu]\} - \frac{1}{2} g_4 \rho \text{tr}[\rho_\mu, \rho_\nu]^2 - ig_1 \text{tr}\{[\alpha_\mu, \alpha_\nu](\partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu)\} \\ &\quad + g_2 \text{tr}\{[\alpha_\mu, \alpha_\nu][\rho_\mu, \rho_\nu]\} + 2g_3 \text{tr}\{[\alpha_\mu, \alpha_\nu][\beta_\mu, \rho_\nu]\} + i2g_4 \text{tr}\{(\partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu)[\beta_\mu, \rho_\nu]\} \\ &\quad - 2g_5 \text{tr}\{[\rho_\mu, \rho_\nu][\beta_\mu, \rho_\nu] - \frac{g_6}{2} \text{tr}\{[\alpha_\mu, \rho_\nu] + [\rho_\mu, \alpha_\nu]\}^2 - \frac{g_7}{2} \text{tr}\{[\beta_\mu, \rho_\nu] + [\rho_\mu, \beta_\nu]\}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

第 1 項、第 2 項のみ考慮すれば Skyrme 模型そのものである。以下に作用 (1) の特徴的な点についてまとめておく。(i) Skyrme 模型の段階では、非線形項として Skyrme 項の他にもいくつかの候補があり、それらを排除する明確な根拠はなかったが、酒井・杉本模型では Skyrme 項しか現れない。(ii) 過去の研究において Skyrme 項を  $\rho$  中間子の運動項として代用しようという試みがあり、この方針でも安定なソリトン解を得ることができ、Skyrme 項は必ずしも必要ではないことが知られていた。一方、酒井・杉本模型では Skyrme 項と  $\rho$  中間子の運動項が共存する。(iii)  $\pi$ 、 $\rho$  中間子の作用は 12 種類もの結合定数を含んでいる。これらを現象論的に決めるには複数の独立した物理量を考え、実験と比較

しなければならない。しかし、酒井・杉本模型ではこれらの結合定数は、超弦理論のパラメータ2つを与えさえすれば5次元のダイナミクスを解くことで計算できる。

以上の特徴を持つ $\pi$ 、 $\rho$ 中間子の作用において、バリオン数1を与えるような配位として、 $\pi$ 中間子に対しては従来のSkyrme模型で用いられたヘッジホッグ型、 $\rho$ 中間子に対してもそれに対応する式(2)のような型にして、静的エネルギーを最小にするような解を捜す：

$$\rho_0^*(\mathbf{x}) = 0, \quad \rho_i^*(\mathbf{x}) = \rho_{ia}^*(\mathbf{x}) \frac{\tau_a}{2} = (\varepsilon_{iab} \hat{x}_b \tilde{G}(r)) \tau_a. \quad (\tilde{G}(r) \equiv G(r)/r, \quad \hat{x}_a \equiv \frac{x_a}{r}, \quad r \equiv |\mathbf{x}|) \quad (2)$$

このようにして計算された、バリオンのソリトン解における $\pi$ 、 $\rho$ 中間子場の分布の様子をそれぞれ図1、2に示す。ここで単位は $1/ef_\pi=0.29\text{fm}$ に取ってある。 $\rho$ 中間子が導入されたことにより、相互作用を通じて $\pi$ 中間子の分布の一部が $\rho$ 中間子に置き換わっているとも解釈できる。

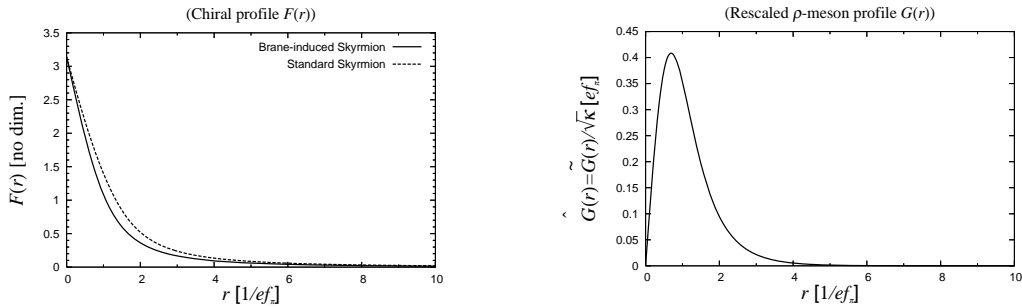


図 1: バリオン中における $\pi$ 中間子場の分布。点線は $\rho$ 中間子場が無い場合の計算結果。  
図 2: バリオン中における $\rho$ 中間子場の分布。

こうして、 $\rho$ 中間子まで含めた安定なソリトン解を得ることができた。このようなソリトンが安定に存在すること自体が既に重要な結果である。というのも、過去の $\rho$ 中間子まで含めてバリオンを構成しようという試みでは、導入の仕方に不定性のある $\rho$ 中間子の相互作用次第で安定性が失われる場合があり、 $\omega$ 中間子をさらに作用に加えることで安定化させなければならないなど、ソリトンの安定化は一筋縄ではいかないことが知られていたからである。一方、酒井・杉本模型では低エネルギーQCDとの関連を残した形で $\rho$ 中間子の作用が導入され、それは安定なソリトンの存在を許すのである。

$\rho$ 中間子がバリオンの構成で担う役割を見るために、図2にバリオンの全エネルギー密度と、 $\rho$ 中間子を含む各相互作用項のエネルギー密度の比較したものを示す。ここでエネルギー密度には球座標からくる測度 $4\pi r^2$ を含めてある。この様子から、 $r \sim 0.3 \text{ fm}$ 以下の中心領域で、 $\rho$ 中間子が様々な相互作用を通じてエネルギーをやり取りし、バリオン全体の質量を決めていることが読み取れる。将来J-PARCでは中間子とバリオンの散乱実験が予定されているが、バリオンを中間子のソリトンとして見るという描像を採用した場合、以上のバリオン内部でのアクティブな $\rho$ 中間子の成分がどのように影響するかを観測データから考察してみるのは興味深い。

最後に、得られた配位を用いて計算されたバリオンの質量 $M_{\text{HH}}$ 、平均二乗半径を、従来の $\pi$ 中間子のみでバリオンを構成した結果および実験結果と比較した結果を以下にまとめる。現段階ではソリトンの量子化はまだ行なっていないため実験値との比較は一概にはできないが、バリオンの質量 $M_{\text{HH}} = 834.0 \text{ MeV}$ という結果は比較的にもっともらしい値といえる。半古典量子化の手続きに従いソリトンを回転させ、核子の状態に射影することで実験値との差は縮まることが予想される。また、得られた半径は $0.37 \text{ fm}$ であり、実験値 $0.60 \sim 0.80 \text{ fm}$ と比較するとやや小さすぎ

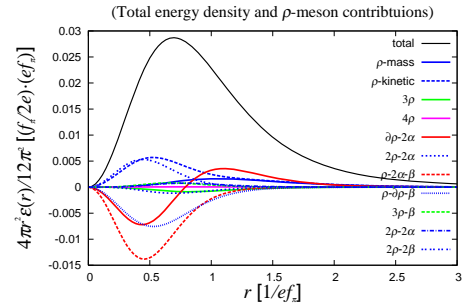


図 3: バリオンの全エネルギー密度と、 $\rho$ 中間子を含む各相互作用項のエネルギー密度の比較。

るように見えるが、これもソリトンを量子化し、加えてダイナミカルな  $\pi$  中間子の雲を考慮することで実験値程度に半径が大きくなることが期待される。

こうして我々は、酒井・杉本模型から導出された  $\pi$ 、 $\rho$  中間子の作用を用いて中間子のソリトンとしてバリオンを構成した。今後に残された課題として、本解析で得られた古典ソリトン解の量子化を行ない、核子や  $\Delta$  粒子の量子数を持つ状態に射影することが挙げられる。加えて、今回新しく付け加わった  $\rho$  中間子の自由度は電磁的性質に定性的に大きな影響を及ぼすかもしれず、これを調べてみることも興味深い。バリオンに対するパートン描像が高エネルギー散乱の説明において大きな成功を収めてきたように、本研究で採用した、バリオンを中間子の自由度を基盤に理解するという見方も、低エネルギー領域における現象を理解するうえで有効な見方になるかもしれず、バリオンの関わる現象を理解するうえで新しい出発点を提供し得る。この方向性でのさらなる発展が期待される。そして、こうした既知の真空中のバリオンの性質を説明することができたならば、これを土台に格子 QCD などが苦手とする有限密度系など、これまで QCD からは説明が難しかった未解決の問題へ応用されることが望まれる。

## 参考文献

- [1] K. Nawa, H. Suganuma and T. Kojo, Phys. Rev. D **75**, 086003 (2007); K. Nawa, H. Suganuma and T. Kojo, hep-th/0701007.
- [2] T.H.R.Skyrme, Nucl. Phys. **31**, 556 (1962).
- [3] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **72**, 461 (1974); B **75**, 461 (1974).
- [4] E. Witten, Nucl. Phys. B **160**, 57 (1979).
- [5] G.S. Adkins, C.R. Nappi and E. Witten, Nucl. Phys. B **228**, 552 (1983).
- [6] M. Bando, T. Kugo and K. Yamawaki, Prog. Theor. Phys. **73**, 1541 (1985); Phys. Rep. **164**, 217 (1988); D. T. Son and M. A. Stephanov, Phys. Rev. D **69**, 065020 (2004).
- [7] T. Sakai and S. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **113**, 843 (2005); *ibid.*, **114**, 1083 (2006).
- [8] H. Hata, T. Sakai, S. Sugimoto, and S. Yamato, hep-th/0701280; D.K. Hong, M. Rho, H.U. Yee, and P. Yi hep-th/0701276.