

QCD の熱くて密な物語

初田哲男¹

東京大学大学院理学系研究科

このレビューでは、クォーク・グルオン・プラズマ (QGP) の理論的基礎から、最近の QGP 実験の現状、そして格子 QCD による高温物質研究の進展を概観する。主な内容は以下の通りである：

1. プラズマとは？, 2. クォークとグルオンの熱力学, 3. 相対論的重イオン衝突実験, 4. QCD 相転移と相構造, 5. 高温での強相關クォーク・グルオン・プラズマ

1 プラズマとは？

プラズマとはイオン化した荷電粒子からなる流体と定義できる [1]。太陽、稻妻、ネオンサイン、オーロラ、など自然界には様々な温度と粒子密度を持ったプラズマが存在する。クォーク・グルオン・プラズマ (QGP) は、知られている状態のなかでは最も温度の高い色電荷を持つ粒子群からなるプラズマであり、 10^{12} K 以上の温度で、年齢が 10^{-4} sec 以前の初期宇宙に存在していたと考えられている。また、バリオン密度が 10^{12} kg/cm³ を越える低温かつ高密度状態では、高密度クォーク液体が実現すると考えられる。

高温 QGP を実験室で生成し、その物性を探索しようとする本格的な実験が、2000 年より米国ブルックヘブン国立研究所の相対論的重イオン衝突型加速器 (RHIC) [2] で行われており、2008 年以降、セルンの大型ハドロン衝突型加速器 (LHC) [3] でも同様の研究が行われる。一方、高密度クォーク・プラズマは、中性子星の中心核やクォーク星の中で実現しているかもしれない [4]。これら QGP 研究の理論・実験の詳細については、最近の教科書 [5] を参照されたい。

2 クォークとグルオンの熱力学

以下、高温・低密度のクォーク・グルオン・プラズマについて議論する。量子色力学が持つ典型的なエネルギー階級 (Λ_{QCD}) は数百 MeV なので、通常のハドロン物質が高温で QGP に転移する時の臨界温度 T_c も同じオーダーのはずである。従って、我々がまず問題にする自由度は、 T_c と同じオーダーかそれ以下の質量を持つ粒子、つまり、u, d, s クォーク (軽いクォーク) とグルオンということになる。charm, bottom, top などの重いクォークは、臨界点近傍では軽いクォークとグルオンからなるプラズマ中の不純物と考えることができる。

さて、そもそもハドロン物質が高温で QGP に相変化するという考え方の根拠は何であろうか。低温極限における QCD 真空は閉じ込めとカイラル対称性の破れを具現しており、色電荷を持った粒子が現れる事はない。実際、 Λ_{QCD} にくらべて温度が十分小さいときは、相互作用に弱いパイオングas という描像がカイラル摂動論により正当化される [6]。一方、高温極限においては、QCD の漸近自由性のゆえに、クォークやグルオンの典型的な運動エネルギー (温度 T のオーダー) に比べて相互作用エネルギー ($\alpha_s T$ のオーダー) が無視できるので、ほぼ自由に運動するクォークとグルオンのガスという描像が正当化される [7]。(これには少し注意が必要で、デバイ遮蔽により相互作用が短距離力になることも、自由ガスを正当化するには必要な要件となる。後述するように、カラー電気相互作用は摂動論の範囲でデバイ遮蔽が容易に示せるが、カラー磁気相互作用の遮蔽は非摂動論的で自明ではない。)

結局、低温極限と高温極限で、我々は QCD が異なる相をとることを知っている。従って、どこか中間の温度でなんらかの相変化 (厳密な意味での相転移でないかもしれない) をおこすと予想できる。

¹e-mail address: hatsuda@phys.s.u-tokyo.ac.jp

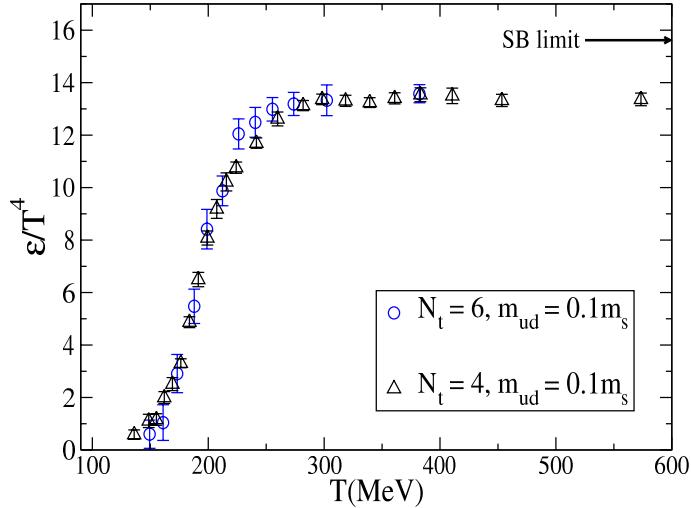


図 1: ε/T^4 の温度依存性を、u,d,s を含む (2+1)-flavor QCD での格子計算をもとにプロットした図 [9]。スタガードフェルミオンと asqtad 型の改良格子作用が採用されている。格子サイズとして、 $N_t \times N_s^3 = 4 \times (12^3 - 16^3)$ と $6 \times (12^3 - 20^3)$ の場合が示されている。ストレンジクォーク質量 m_s は、ほぼ物理的質量と同じで、u, d クォーク質量は $m_{ud} \simeq 0.1m_s$ が採用されている。これは $m_\pi/m_\rho \simeq 0.3$ に対応する。次元スケールを決めるのには、Sommer scale $r_1 = 0.138(7)(4)$ fm が採用されている。 $T \simeq 200$ MeV での格子間隔は、 $N_t = 4$ (6) に対して $a = 0.247$ (0.165) fm である。

これがどのようなタイプの相変化なのか？相変化の起こる典型的温度は？もし厳密な意味での相転移であればその次数は？など、さまざまな疑問が直ちに湧いてくる。これは、本質的に非摂動的な問題であり、最終的には格子 QCD の数値シミュレーションによって答えを得るしかない。

格子 QCD の結果を示す前に、直感的理解の助けとして、系のエネルギー密度の温度依存性や転移温度をトイモデルを用いて考えてみよう。簡単のため、massless 2-flavor (massless の u, d クォークとグルオンのみ)を考えると、低温での熱励起には π^+, π^-, π^0 の 3 種の massless pion が主要な寄与をする。一方、高温では、u, d クォークとグルオンが熱励起をになう。それぞれの自由度 (spin, color, flavor など) を考慮すると系のエネルギー密度 (= 単位体積あたりの内部エネルギー = $\varepsilon = E/V$) は黒体輻射の式より

$$\varepsilon = d_{\text{eff}} \frac{\pi^2}{90} T^4, \quad d_{\text{eff}} = \begin{cases} 3 & (T \rightarrow 0) \\ 37 & (T \rightarrow \infty) \end{cases} \quad (1)$$

となる。ここで、高温側の有効自由度は、 $37 = 8 \times 2$ (gluon) + $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7/8$ (quark) と勘定される。つまり、低温から高温への相変化に伴い、ハドロンの内部自由度が開放され、黒体輻射に効く有効自由度が一桁ジャンプするというわけである。またこの相変化がおこる典型的温度は、 $T \sim \Lambda_{\text{QCD}} \sim 200$ MeV と期待される。

さて、実際の格子 QCD シミュレーションデータを見てみよう。格子定数 a 、空間格子サイズ V 、温度 T 、ゼロ化学ポテンシャルでの分配関数は、

$$Z(T; a, V) = \text{Tr} \left[e^{-\hat{H}_{\text{QCD}}/T} \right] = \int [dU] F(U) e^{-S_g(U)}, \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 U はリンク変数でカラー $SU(3)$ の群要素、 $F(U)$ は分配関数への動的クォークからの寄与である。最終的な物理量を求めるには、連続極限 ($a \rightarrow 0$) と熱力学極限 ($V \rightarrow \infty$) をとらねばならない。

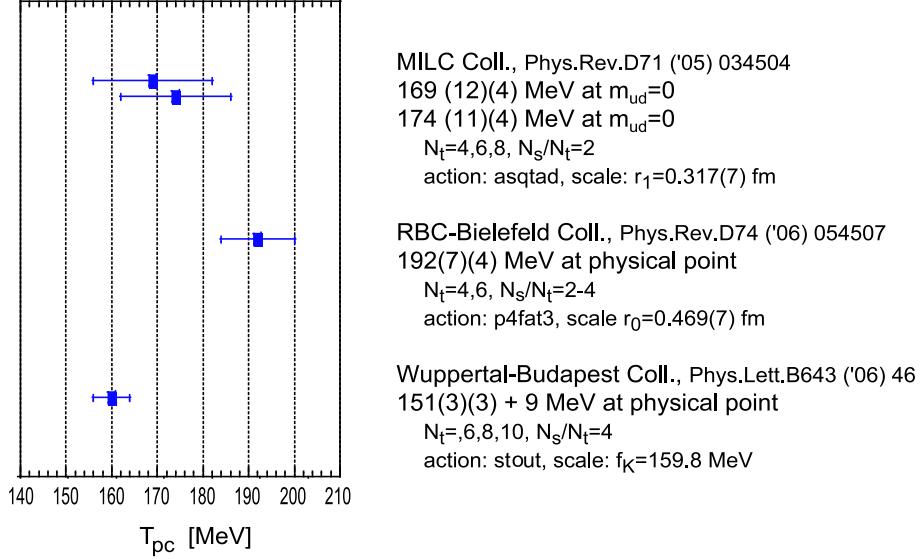


図 2: 最近のスタガードフェルミオンを用いた (2+1)-flavor QCD における“擬”臨界温度のまとめ。最下段の値には、 χ_m/T^2 から求められた他の値との比較のため 9 MeV が加えられている [10]。

図 1 に示されているのは、格子上で計算された ε/T^4 である。トイモデルで期待したように大きな有効自由度のジャンプが $T \sim 200$ MeV 近傍でおこることがわかる。また高温での黒体輻射からのズレは、クォークとグルオンの相互作用の結果と解釈できる。しかしながら定量的にこのズレを QCD 結合定数 g の摂動論で評価しようとすると困難に直面することを後述する [8]。

図 2 には、(2+1)-flavor QCD における“擬”臨界温度 T_{pc} の最近の結果をまとめている。後述するように現実的なクォーク質量では、相変化は自由エネルギーが特異性を持たないクロスオーバーである可能性が高い。この場合でも、カイラル秩序変数 $\bar{q}q$ のゆらぎのピーク位置をもって“擬”臨界温度を定義し、相変化がおこる典型的温度の目安とするのが便利である。この擬臨界温度の値は図からもわかるように $T_{pc}=160\text{-}200$ MeV に絞りこまれてきている。

すでに触れたように、たとえ臨界点を越えても QGP の性質はナイーブな摂動論では扱えない。これには 2 つの意味が含蓄されている。一つは、クォークやグルオンが持つ典型的な運動エネルギーが温度の 3 倍程度なので、数百 MeV の温度では結合定数 g は 2 度程と決して小さいとは言えず、摂動の高次の寄与が無視できないほど大きくなるという問題。もう一つは、摂動の高次まで計算すると、磁気的グルオンによる赤外発散により摂動論が破綻するという本質的問題である。これらについては後述するが、いずれも QGP は強相関のプラズマであることを示唆しており、格子 QCD 数値シミュレーションに加えて、なんらかの解析的非摂動手法による深い理解が望まれている。

以上の前書きを念頭に QGP 研究の目標を

I. クォーク・グルオン・プラズマの実験室での生成

II. 高温での非アーベル型プラズマの物性研究

III. ハドロン物質の相転移と真空の構造変化の解明

の 3 つにまとめることができるであろう。RHIC や LHC での相対論的重イオン衝突実験、格子 QCD シミュレーション、様々な解析的理論手法は、この目標に至る重要な手かりを与えてくれる。

	Big Bang	Little Bang
Initial state	Inflation ? (10^{-35} sec)	Color glass ? (10^{-24} sec)
Thermalization	Inflaton decay ?	decoherence ?
Expansion	$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} = 8\pi G T^{\mu\nu}$	 $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ $\partial_\mu j_B^\mu = 0$
Freezeout	($T = 1.95$ K neutrino) $T = 2.73$ K photon	$T_{\text{chem}} = 170$ MeV $T_{\text{therm}} = 120$ MeV
Observables	CMB & anisotropy (C ν B, CGB & anisotropy)	Flow & its anisotropy, Hadrons, Jets, leptons, photons
Key Parameters	8~10 cosmological parameters ▪ Initial density fluctuation ▪ Cosmological const. Λ etc	Plasma parameters ▪ Initial energy density ▪ thermalization time etc
Evolution Code	CMBFAST	3D-hydrodynamics

図 3: 宇宙背景輻射の解析による宇宙初期探索と相対論的重イオン衝突の解析によるクォーク・グルオン・プラズマ探索の比較 [5]。

3 相対論的重イオン衝突実験

過去数年の膨大な RHIC データの蓄積と理論の進展により（藤井氏、板倉氏、室谷氏のレビューを参照のこと）以下のような解析の流れができつつある：

(Step 1) 衝突初期 QCD 過程の解析計算や熱平衡化後の状態方程式の格子計算 → (Step 2) これらをインプットにした相対論的流体力学シミュレーション → (Step 3) 実験との比較 → (Step 4) 理論へのフィードバック → (Step 1) へもどる。

さて、RHIC で QGP が生成されているかどうかの判定を行うためのチェックリストと、現状での答えをまとめてみよう。

Q1: 十分なエネルギー密度が蓄えられたか？

A1: $4\text{-}5 \text{ GeV/fm}^3$ のエネルギー密度が達成されている。これは、生成粒子数、ジェット抑制、 J/ψ 抑制、などのデータから間接的にわかる。

Q2: 十分な大きさの火の玉が形成されたか？

A2: $(10 \text{ fm})^3$ 程度の大きさの火の玉ができている。これは Hanbury-Brown-Twiss 干渉実験などのフェムトスコピー解析からわかる。

Q3: 衝突エネルギーが熱に転化しているか？

A3: 異なる質量を持つ粒子数生成比は、熱分布からの予想で矛盾なく説明できる。

Q4: 局所熱平衡状態にあるか？

A4: 楕円型フローの存在や、相対論的流体力学の成功は、強く結合し局所熱平衡にあるプラズマが衝突後の早い段階 ($t \sim 0.6\text{fm}$) に達成されていることを示唆している。

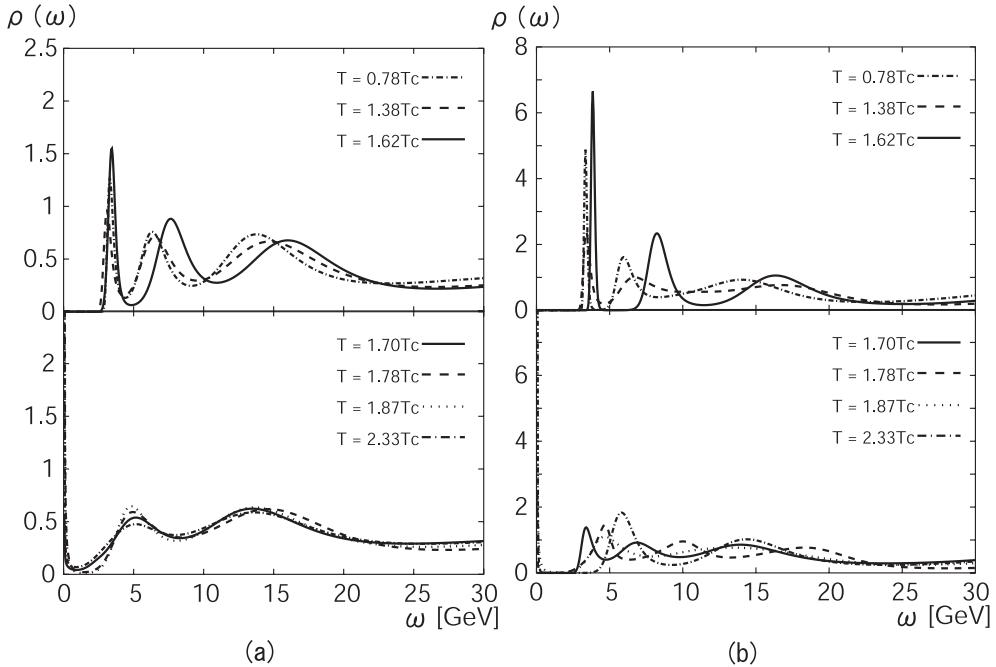


図 4: クエンチ近似で計算された (a) J/ψ と (b) η_c の高温でのスペクトル関数。チャーモニュームの虚時間相関関数の格子 QCD データに最大エントロピー法を用いることでスペクトル関数が得られる [14]。

以上のチェックリストがクリアーされれば、次の段階 (QGP の詳細な物性論) に移ることができる。そこで主要なテーマとしては、

1. プラズマ中の粒子透過阻止能
2. プラズマ遮蔽と相転移
3. プラズマ中の粒子相関
4. 臨界揺らぎ
5. 熱化のメカニズム
6. AdS/QGP

などがあげられる。強相関プラズマの持つ特異な性質をこれらの研究から暴きだせればとても面白い。ひとつの一例として、松井-Satz [11]、橋本-広瀬-神吉-宮村 [12] により考察されたプラズマ中での J/ψ 抑制現象を考えてみよう。当初は、重いクォーク間の閉じ込めポテンシャルがデバイ遮蔽のために、 J/ψ などチャーモニューム束縛状態はプラズマ中で存在不可能であり、逆にレプトン対崩壊で見た J/ψ ピークの抑制現象が QGP 生成の証拠になると考えられた。しかしながら、チャームが QGP と強く相互作用している可能性のある強相関プラズマ中で、この予想が果たして正しいであろうか？ 実際、梅田-片山-宮村-松古 [13] や浅川-初田 [14] により格子計算で示されたように、 J/ψ は $(1.5\text{-}2)T_c$ 程度まで束縛状態としてプラズマ中で生き残る可能性がある。（図 4 参照。）デバイ遮蔽を受けた湯川型ポテンシャルという弱結合近似に基づいた考え方が強相関プラズマ中では破綻するかもしれない。ある。

QGP の強相関性を示唆する別のタイプの格子計算が中村-酒井 [15] により提出された。彼らは、グルオンプラズマの粘性の格子計算を行い、摂動論で示唆されるより大幅に小さいズレ粘性が、臨界点

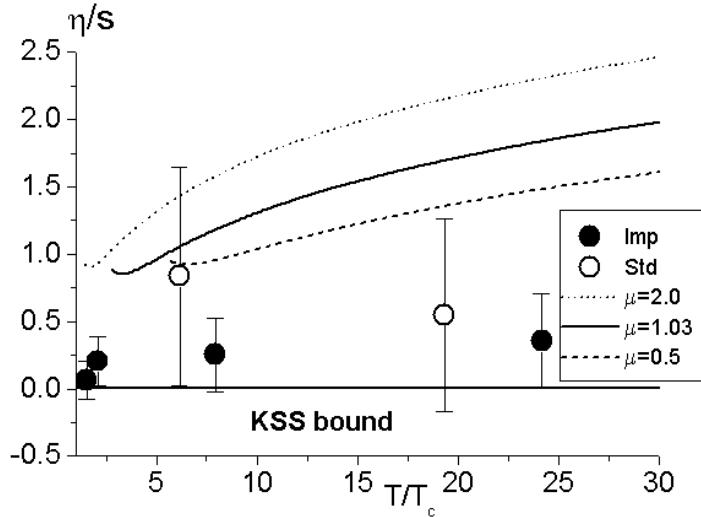


図 5: クエンチ近似で計算されたグルオン・プラズマのズレ粘性 (η) とエントロピー密度 (s) の比。白丸は標準的なウイルソンゲージ作用、黒丸は改良されたゲージ作用を用いた結果。実線と点線は、有限温度での摂動論を用いて計算された値で、異なる繰り込み点に対応する [15]。KSS bound は、AdS/CFT 対応を用いて計算された、 $N=4$ 超対称 Yang-Mills 理論の強結合領域の漸近解: $\eta/s = 1/(4\pi)$ 。

より高温の広い温度領域で実現されている可能性を指摘した。粘性が小さいということは、プラズマが完全流体に近いことを意味する。これは、RHIC での重イオン衝突の時空発展の記述に成功をおさめてきた相対論的完全流体力学に対してなんらかの正当化をもたらすかもしれない。

以上のような強相関プラズマとそれに付随する現象は、いずれもまだ研究の初期段階にすぎず、独立な格子 QCD シミュレーションによるチェック、強相関の背景となる透徹した物理的理解など、多くの明らかにすべき課題がある。

4 QCD 相転移と相構造

温度・バリオン化学ポテンシャル平面における QCD の相構造の概要を図 6 に示してある。 H_2O の基本的三態が、水、蒸気、氷であるように、QCD の基本的三態は、ハドロン相（低温低密度）、QGP 相（高温高密度）、カラー超伝導相（低温高密度）である。それらの相境界の位置や相変化の正確な振る舞いは、格子計算が可能な低密度領域を除いて、いまだ厳密には理解されていない。図に示したのは、ハドロン相と QGP 相、QGP 相とカラー超伝導相がそれぞれ 1 次相転移線で区切られている場合の相図である。現実的なクォーク質量の世界では、図にあるように、高温側と低温側にそれぞれ臨界点が存在する可能性が示唆されている。高温側の臨界点（AY(浅川-矢崎) 臨界点 [16]）が存在すると、ハドロン相と QGP 相はスムースに繋がっていることになる。また低温側の臨界点（HTYB(初田-橋-山本-Baym) 臨界点 [17]）が存在すると、ハドロン相はカラー超伝導相とも連続的に繋がっていることになる。AY 臨界点の位置の特定は、現在の格子 QCD 計算におけるチャレンジングな問題として盛んに議論されている。

さて、直ちに以下のような疑問が湧いてこよう。QCD の三態というが、実際にはそれぞれはどのような内部状態で特徴付けられているのか？対称性による相の分類や秩序変数の導入は可能か？相転移は具体的にはどのように記述され、その次数はどのように決まるのか？など。以下、それらの疑問に答えていこう。

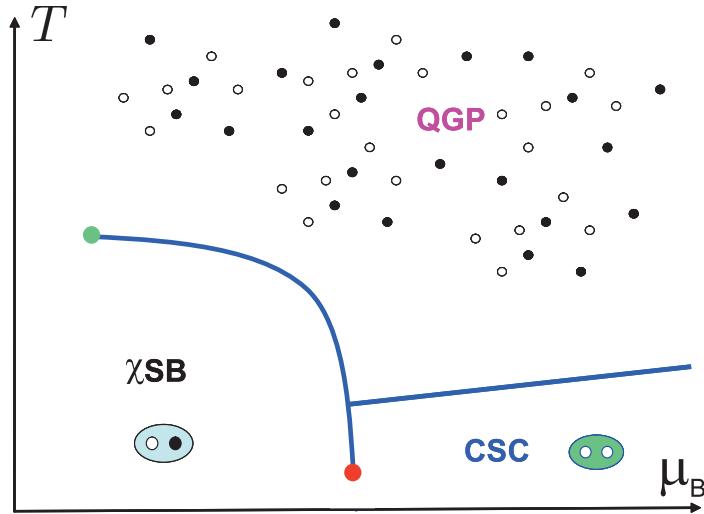


図 6: 現実のクォーク質量の場合の、温度-化学ポテンシャル平面での QCD の相構造の候補の一つ。 χ SB, QGP, CSC は、それぞれ、カイラル対称性の破れたハドロン相、クォーク・グルオン・プラズマ相、カラー超伝導相、を意味する。図の実線は一次相転移線。その終点として、2 次相転移点（臨界点）が存在する可能性がある [16, 17]。図のように臨界点が 2 つあると、 χ SB, QGP, CSC の 3 相は連続的に繋がっていることになる。

4.1 相転移次数

まずは相転移の一般論の復習からはじめよう。分配関数 Z は圧力 P を用いて以下のようにかける。

$$Z = \exp[P(K_1, K_2, \dots) V/T] \quad (3)$$

$$K_i = T, \mu, m_{ud}, m_s, \dots \quad (4)$$

K_i は任意の外部パラメーターで、温度、化学ポテンシャル、クォーク質量などを含む。多くの現実的な系では、 P は K_i について連続関数であるので、そのような場合に限定して以下では議論する。

まず、 n 次相転移を、 $P(K_i)$ の最初の非解析的振る舞いが、 K についての n 次微分 $(\partial/\partial K)^n P$ からはじまる場合として定義しよう²。例えば、1 次相転移の典型例は、 $P(T)$ は連続関数だが、エントロピー密度 $s(T) = (\partial/\partial T)P(T)$ がある温度 $T = T_c$ で不連続になる場合である。また、2 次相転移の典型例は、 $P(T)$, $s(T)$ は連続関数であるが、比熱 $c_v/T = (\partial/\partial T)s(T) = (\partial/\partial T)^2 P(T)$ がある温度 $T = T_c$ で発散する場合である。

$P(K_i)$ が解析関数でその任意の微分に特異性が現れない場合は、当然ながら数学的な意味での相転移は定義できないが、パラメーター K の変化に伴い異なる特徴を持つ相の間を連続的に移りかわる場合を広い意味でのクロスオーバーと呼ぶ。これから議論する有限温度・ゼロ化学ポテンシャルでのハドロン相から QGP 相への相変化はまさしくこの例になっている。

4.2 有限サイズスケーリング

話を簡単にするために、化学ポテンシャルがゼロの QCD を考え、格子 QCD シミュレーションでどのように相転移の次数と臨界温度（または擬臨界温度）が導かれるかを見る。格子 QCD では常に有限サイズの箱（体積 V ）のなかでシミュレーションが行われる。 V が有限である限り、 $P(K)$ には特

²エーレンフェストの定義では、 n 次微分の不連続性により相転移次数が定義されたが、ここでは n 次微分の発散なども含む一般的な非解析性で定義している。

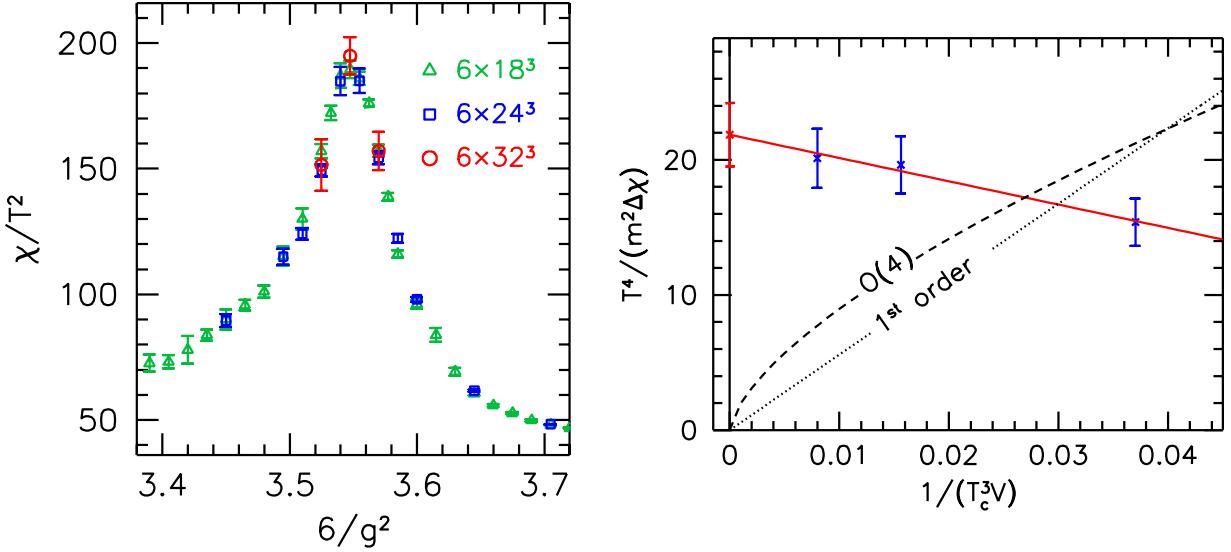


図 7: 左: (2+1)-flavor QCD におけるカイラル感受率を格子上での結合定数 $6/g^2$ の関数として、3通りの空間サイズ $V/a^3 = 18^3, 24^3, 32^3$ でプロットしたもの。staut 改良型スタガードフェルミオン作用が用いられており、クォーク質量は $m_K/m_\pi=3.689$ と $f_K/m_\pi=1.185$ を再現するような現実的な値が用いられている。右: 連続極限 ($a \rightarrow 0$) での、カイラル感受率の逆数の体積依存性。点線（破線）は、1次（2次）相転移の場合のスケーリング [18]。

異性は現れないが、 V を大きくしていったときの $P(K)$ またはその微分の振る舞いから、熱力学極限 ($V \rightarrow \infty$) での相転移の有無や次数を判定することができる。これを有限サイズスケーリングの方法という。例えば、カイラル感受率（圧力 P の軽いクォーク質量 m_{ud} に関する2階微分）を考えると、その極大値について以下の近似的スケーリングが成立することが容易にわかる：

$$\chi_m = \frac{\partial^2 P}{\partial m_{ud}^2} \sim \begin{cases} V & \text{1st order} \\ V^{2/3} & \text{2nd order} \\ V^0 & \text{crossover} \end{cases} \quad (5)$$

図 7 の左側には、無次元化したカイラル感受率 χ_m/T^2 の極大値付近をが格子定数 a で無次元化した体積について $V/a^3 = 18^3, 24^3, 32^3$ の場合に示されている。(2+1)-flavor QCD で、u, d, s クォーク質量は現実の値に設定されている [18]。極大値の値が体積にほとんど依存しないので、現実の有限温度 QCD の相変化はクロスオーバーの可能性が高いことがわかる。この結論をさらに強固にするために、図 7 の右側には、 $\Delta \chi$ (= $\chi_m(T) - \chi_m(0)$ のピーク位置) について、繰り込み群不变な組み合わせ $T^4/(m_{ud}^2 \Delta \chi)$ をつくり、それを無次元化された体積の逆数 $1/(T_{pc}^3 V)$ の関数としてプロットしている。この図では連続極限への外挿 ($a \rightarrow 0$) はすでに行われている。 T_{pc} は、感受率のピーク位置に対応する温度である。シミュレーションで得られたカイラル感受率の極大値の逆数は、熱力学極限で有限値に近づき、1次相転移や2次相転移の場合の予想と明らかに振る舞いが異なる。これは、（少なくともスタガードフェルミオン作用を用いた場合）、有限温度・ゼロ化学ポテンシャルでのハドロン相から QGP 相への転移はクロスオーバーであることを強く支持する。

4.3 “擬”臨界温度

相変化がクロスオーバーのときに、感受率は狭い温度領域で急激に変化しているのは偶然ではない。実際、軽いクォーク質量 m_{ud} をゼロに近づけると、 m_s の値によって、1次または2次の相転移になることがわかっているので、現実の世界の“急激なクロスオーバー”は、 $m_{ud} = 0$ なる仮想世界における真の相転移の存在を反映しているのである。このような場合、“相境界”を感受率のピーク位置に対応する温度で定義してもよい。これが、擬臨界温度 T_{pc} と呼ばれるものである。この値を現実の QCDにおいて決定することは、理論的にも、実験との関連においても重要である。

ここで、擬臨界温度 T_{pc} の決定にかかる少し細かい点を指摘しておかねばならない。まず、どの感受率を用いて T_{pc} を定義するかによって、一般にその値は違うという事。例えば、 $\chi_m = (\partial/\partial m)^2 P$ で決めた T_{pc} と $\chi_T = (\partial/\partial T)^2 P$ で決めたそれとは同じ値である必要はない。相転移があるときには、 $P(K_i)$ ははっきりした二相境界超曲面をパラメーター空間内にもつので、どの感受率で見ても臨界温度は同じであるが、クロスオーバーでは相境界がぼやけているからである。更に、同じ感受率をとったとしても、例えば χ_m と χ_m/T^2 のピーク位置は当然ながら異なる。これらの問題のため、異なるグループによる T_{pc} の格子計算結果を比較するときは注意が必要である。図 2 では、無次元カイラル感受率 χ_m/T^2 を用いた T_{pc} をまとめてある。

格子シミュレーションでは、無次元量しか計算できないので、 T_{pc} を MeV 単位で求めるためには、次元をもつ物理量 M_{exp} をひとつインプットにしなければならない。このため、連続極限での T_{pc} は以下の手順で求められている：

$$T_{pc} = \left(\frac{T_{pc}(a)}{a^{-1}} \right)_{a \rightarrow 0} \left(\frac{a^{-1}}{M(a)} \right)_{a \rightarrow 0} M_{exp} \quad (6)$$

物理量 M としてどのようなものを採用するかによって、本来は T_{pc} の最終結果は変わらないはずであるが、 $a \rightarrow 0$ 極限への収束性の違いによって、 T_{pc} の値が 10% 程度変動しうる現状である。図 2 には、それぞれの格子計算のインプットの物理量についてもまとめてある。

4.4 秩序変数と相構造

さて、ここまでハドロン相と QGP 相のミクロな構造や対称性に依存しない一般的な議論をしてきた。以下では、それぞれの相が対称性とその自発的破れという観点から特徴付けられることを見る。現実の QCD では、 m_u, m_d, m_s が有限でかつ値がそれぞれ異なるため、厳密な対称性はカラー $SU(3)$ とバリオン数保存に伴う $U(1)$ のみである。しかしながら、クォーク質量が極限的な値をとる場合には、それ以外の厳密な対称性が存在する場合がある。以下では簡単のため、 $m_u = m_d \equiv m_{ud}$ として 4通りの極限を考える：

$$(m_{ud}, m_s) = \begin{cases} (\infty, \infty) & N_f = 0 \text{ (no quarks)}, \\ (\infty, 0) & N_f = 1 \text{ (massless 1 flavor)}, \\ (0, \infty) & N_f = 2 \text{ (massless 2 flavors)}, \\ (0, 0) & N_f = 3 \text{ (massless 3 flavors)}. \end{cases} \quad (7)$$

この 4 つの場合を正方形の 4 隅として、クォーク質量に関する QCD 相図を書いたのが図 8 である。

表 1 には、それぞれの極限の場合に QCD が持つ対称性と有限温度相転移の次数が示されている。相転移次数は、ギンツブルグ-ランダウ理論および臨界点近傍での揺らぎに関する繰り込み群に基づきおいた予想であるが、格子 QCD 数値シミュレーションによって数値的傍証がある（特に、 $N_f = 0$ では精密な有限サイズスケーリング解析が行われた [19]）。ギンツブルグ-ランダウ理論では、まず系の

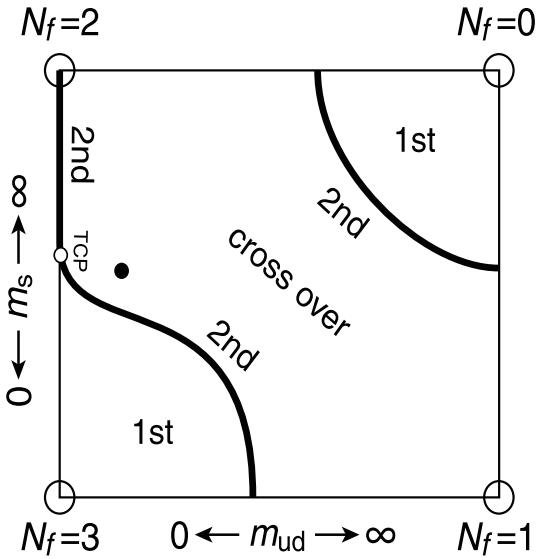


図 8: m_{ud} - m_s 面内における有限温度 QCD の相図。黒丸が現実世界の候補である。TCP は 3 重臨界点（3 本の 2 次相転移線が交わる点（図では m_{ud} の負側の 2 次相転移線は書いていない）。

表 1: ギンツブルグ-ランダウ理論および臨界点近傍での繰り込み群に基礎をおいた、様々な N_f における有限温度相転移に対する予想。高温（低温）で実現される対称性も挙げてある。但し、有限温度で破れない対称性、 $U(1)_B$ と $SU(3)_c$ は書いていない。 $N_f = 1, 2, 3$ では、 $U(1)_A$ が軸性異常のために温度によらずあらわに破れていることが、相転移次数の決定に重要な役割を果たしている。

N_f	高温での対称性	低温での対称性	有限温度相転移とその次数
0	無し	$Z(3)_c$	1 次相転移
1	無し	無し	相転移なし
2	$O(4)$	$O(3)$	2 次相転移
≥ 3	$SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$	$SU(N_f)_{L+R}$	1 次相転移

対称性 G と秩序変数 \mathcal{O} （対称性変換のもとで不变でない量）を決める。次にミクロ変数で書かれた \mathcal{O} に対する補助場 φ を導入して、QCD の有限温度分配関数 $Z_{\text{QCD}}(K)$ を補助場 φ で書き直す。

$$Z_{\text{QCD}}(K) = \int [d\varphi] e^{-\int d^3x \mathcal{L}_{\text{eff}}(\varphi(x); K)}. \quad (8)$$

$S(\varphi; K) = \int d^3x \mathcal{L}_{\text{eff}}(\varphi(x); K)$ は G 不変で通常ランダウ汎関数と呼ばれる。このような書き換えを実行することは、QCD を解くことと同等で一般には不可能である。しかし、系が 2 次相転移や弱い 1 次相転移、またはその近傍でのクロスオーバーを起こすことがわかっているときは、臨界点近傍で φ が系に典型的なスケール（例えば臨界温度 T_c ）に比べて小さく、また長波長の揺らぎが重要になる領域が出現するので、 φ と $\nabla\varphi$ に関するテーラー展開を行うことができる³。テーラー展開の各項の形は、対称性の要請から制限を受ける。ギンツブルグ-ランダウ理論では、 $S(\varphi; K)$ を最小化する $\varphi_{\text{GL}}(x, a(K))$ を求めることで、実現される状態を係数 $a(K)$ の関数として分類する。また、相境界のまわりでの長波長揺らぎを (8) 式に基づいて系統的に取り込んでいく操作が繰り込み群に対応する。

³ $\ln \varphi$ などの非解析的な項が現れない理由は、ランダウ汎関数が短波長モードを積分（=粗視化）して得られた Wilson 流の有効作用と同定されるべきものであることに由来する。この場合、粗視化の過程で常に赤外カットオフがはいっているため、有効理論には φ についての特異性を持つ項はあらわれない。

$N_f = 0$ の場合を例にとれば、関係する対称性は、 $SU(3)_c$ の中心 (center) である $Z(3)$ 対称性であり、秩序変数はクォークの閉じ込め-非閉じ込めを判別するポリアコフ線

$$\frac{1}{3} \text{tr} P \exp \left[ig \int_0^{1/T} A_4(\tau, \mathbf{x}) d\tau \right] \quad (9)$$

となる。これに対応する補助場 $L(\mathbf{x})$ を用いて、 $Z(3)$ 不変なランダウ汎関数は [20]

$$S_{\text{eff}}(L) \simeq \int d^3x \left[\frac{1}{2} (\nabla L^*) (\nabla L) + V(L) \right], \quad (10)$$

$$V(L) = \frac{a}{2} L^* L - \frac{c}{3} \text{Re}(L^3) + \frac{b}{4} (L^* L)^2, \quad (11)$$

となる。 L^3 のような $Z(3)$ 不変項の存在により、有限温度相転移が 1 次になることが直ちにわかる。(カラー $SU(2)$ の場合には、 L^3 は許されないので、相転移は 2 次になる)。クォーク質量の効果は、 $-hL$ なる外場項として $V(L)$ に現れる。十分 h が大きい (=十分クォーク質量が軽い) 場合には、1 次相転移はなまされてクロスオーバーになる。

もうひとつの例として、 $N_f = 3$ の場合をあげよう。このときに秩序変数は、カイラル対称性の破れを判別するカイラル凝縮

$$\bar{q}_R^j q_L^i \quad (12)$$

である。(i, j はフレーバーの足。) 対応する補助場 $\Phi_{ij}(\mathbf{x})$ を用いて、 $SU(3)_L \times SU(3)_R$ 不変なランダウ汎関数は [21]

$$S_{\text{eff}}(L) \simeq \int d^3x \left[\frac{1}{2} (\nabla \Phi^*) (\nabla \Phi) + V(\Phi) \right], \quad (13)$$

$$V(\Phi) = \frac{a}{2} \text{tr } \Phi^\dagger \Phi + \frac{b_1}{4!} \left(\text{tr } \Phi^\dagger \Phi \right)^2 + \frac{b_2}{4!} \text{tr} \left(\Phi^\dagger \Phi \right)^2 - \frac{c}{2} \left(\det \Phi + \det \Phi^\dagger \right) \quad (14)$$

となる。 $\det \Phi$ のような軸性異常起源の 3 次項の存在により、有限温度相転移が 1 次になることが直ちにわかる。(フレーバー $SU(2)$ の場合には、 $\det \Phi$ は 2 次項となり、相転移は 2 次になる)。クォーク質量の効果は、 $-\frac{h}{2} \text{tr}(\Phi + \Phi^\dagger)$ なる外場項として $V(L)$ に現れる。この場合には、大きな h は大きなクォーク質量に対応し、十分大きな h に対して 1 次相転移はなまされてクロスオーバーになる。

5 高温での強相関クォーク・グルオン・プラズマ

QGP 中の基本的な物理量を考えてみよう。まず、温度が十分高いので、クォークとグルオンは相対論的である。この時の、粒子数密度 n と平均粒子間距離 d 、デバイ遮蔽長 λ_E 、磁気遮蔽長 λ_M のオーダーは、

$$n \sim T^3, \quad d \sim 1/T, \quad \lambda_E \sim 1/(gT), \quad \lambda_M \sim 1/(g^2 T) \quad (15)$$

である。しばしば、 d, λ_E, λ_M はハードスケール、ソフトスケール、スーパー・ソフトスケールと呼ばれる。デバイ遮蔽長内にある粒子数 N_D (デバイ数) は

$$N_D = \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3 n \sim (2/g)^3 \quad (16)$$

であり、 $N_D \gg 1$ でなければ、デバイ遮蔽長の近似式 $1/(gT)$ が正当化されない。プラズマ中での相互作用の強さの目安となるパラメーターは、クーロン結合パラメーターと呼ばれる [22] :

$$\Gamma = \frac{\text{Coulomb energy}}{\text{kinetic energy}} \sim \frac{\alpha_s T}{T} = \frac{g^2}{4\pi} \quad (17)$$

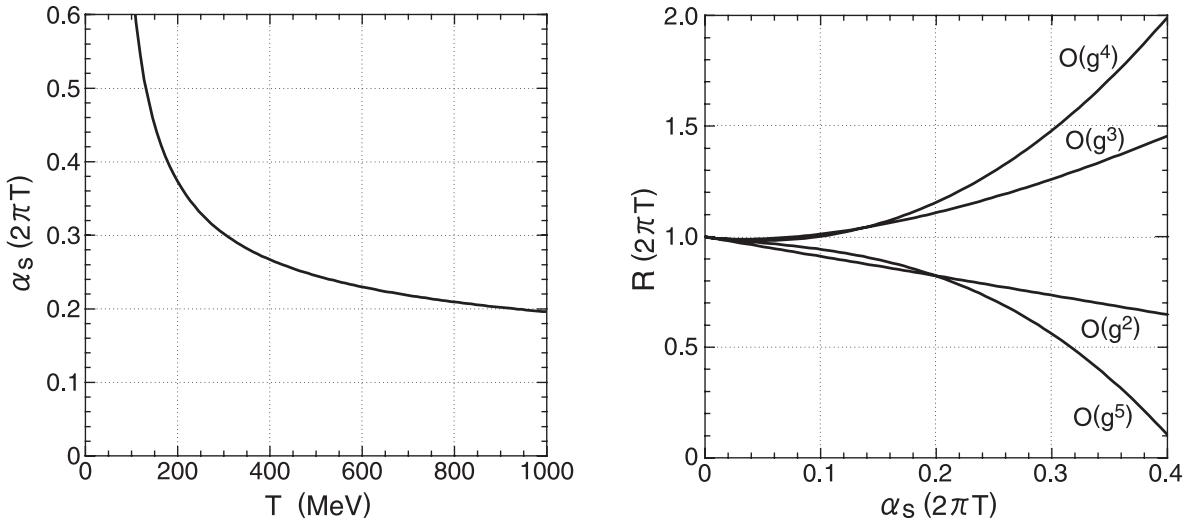


図 9: 左 : $N_f = 4$ の場合に 2-ループの β 関数を用いて得られた $\alpha_s(\kappa)$ の温度依存性。繰り込み点 κ は、松原振動数のオーダーに選ばれている、 $\kappa = 2\pi T$ 。右 : 実線は、摂動論による $P(T)$ と $g = 0$ の場合(自由ガス)の圧力との比 R を、 g^n ($n = 2, 3, 4, 5$) まで計算された $P(T)$ の場合に書いたもの。

QGP が超高温 $T \gg T_{pc}$ にあれば、漸近自由性により、 $g \ll 1$ なので、 $d \ll \lambda_E \ll \lambda_M$ なるスケール分離がおこり、 $N_D \gg 1, \Gamma \ll 1$ となる。一方、 T がせいぜい T_{pc} の数因子倍だけ大きいような状況では(これが RHIC や LHC で到達できる最高温度であり、また格子 QCD で精密に計算されている温度領域もある)、図 9(左)からわかるように $\alpha_s = 0.2 - 0.4$ ($g \sim 2$) であり、スケール分離はおこらず、摂動論による予言や弱く相互作用するプラズマという描像は破綻する。

5.1 漸近展開としての有限温度摂動論

上述のことをより具体的にみるために、摂動論で計算された QGP の圧力の表式を眺めてみよう：

$$P(T) = \frac{8\pi^2}{45} T^4 \left[c_0 + c_2 \bar{g}^2 + c_3 \bar{g}^3 + c_4 \bar{g}^4 + c_5 \bar{g}^5 \right] \dots \quad (18)$$

ここで κ は繰り込みスケールであり、 $\kappa = 2\pi T$ と選んだ。また $\bar{g}^2 \equiv g^2/4\pi^2 = \alpha_s/\pi$ である。有限温度の摂動論では、デバイ遮蔽を正しく考慮するためにリング型総和が必要で、そのため摂動級数は g の偶数幕だけではなく g の奇数幕および $\ln g$ 型の対数項を含む漸近展開となる。 $O(g^5)$ までの係数 c_{1-5} を具体的に書くと [23] :

$$c_0 = 1 + \frac{21}{32} N_f, \quad (19)$$

$$c_2 = -\frac{15}{4} \left(1 + \frac{5}{12} N_f \right), \quad (20)$$

$$c_3 = 30 \left(1 + \frac{1}{6} N_f \right)^{3/2}, \quad (21)$$

$$c_4 = 237.2 + 15.97 N_f - 0.4150 N_f^2 + \frac{135}{2} \left(1 + \frac{1}{6} N_f \right) \ln \left[\bar{g}^2 \left(1 + \frac{1}{6} N_f \right) \right], \quad (22)$$

$$c_5 = \left(1 + \frac{1}{6} N_f \right)^{1/2} \left[-799.2 - 21.96 N_f - 1.926 N_f^2 \right]. \quad (23)$$

となる。この式から直ちにわかるることは、各項の係数が振動しながら急激に増加することであり、漸近級数の典型的な振る舞いをしている。このために、有限次で切った展開結果が信頼できるのは、 $\alpha_s < 0.1$

に限られ、温度で言えば、100 GeV 以上でなければナイーブな摂動論は信頼できないことになる（図 9 の右参照）。より改良された摂動論や総和法を用いてこの悪い漸近展開を改良する試みがいくつかなされているが、十分納得のいく理論体系はまだ無い。

5.2 赤外発散と磁気遮蔽の問題

実は、QCDにおいては、摂動級数の振る舞いが単に良くないという以上の本質的な困難があることが知られている。圧力の計算で言えば、このことは $O(g^{n \geq 6})$ の係数 $c_{n \geq 6}$ が赤外発散し、摂動論が破綻するということに端的にあらわれる [24]。その起源は、グルオン伝播関数の磁気成分

$$\langle A_i(\mathbf{x})A_j(\mathbf{y}) \rangle \sim \exp(-|\mathbf{x} - \mathbf{y}|/\lambda_M) \quad (24)$$

における磁気遮蔽長 λ_M にある。この逆数に関する摂動展開 $\lambda_M^{-1} = (A_1 g + A_2 g^2 + \dots)T$ においては、デバイ遮蔽の場合と異なり初項がゼロ ($A_1 = 0$) となるうえに、次項 A_2 を計算しようと赤外発散してしまう。結局、結合定数の漸近展開としての有限温度の摂動論は、ある次数以上では意味を持たなくなってしまう。その起源は、摂動の高次で、より長波長の熱励起の寄与が関与してきて、どんなに高温でも、QCD の非摂動領域に突入してしまうことがある。

このことは、高温での次元縮約を QCD について考えればより理解しやすい。高温では、経路積分の虚時間方向のサイズ $1/T$ が小さくなるので、虚時間方向のゼロモードに関する 3 次元有効理論を形式的に構築できる。この 3 次元有効理論は、カラー隨伴表現のスカラー場 ϕ (A_4 のゼロモードに対応) が、 A_i のゼロモードに対応する 3 次元ゲージ場と結合したものになる。このときに 3 次元ゲージ結合定数 g_3 は、4 次元ゲージ結合定数 g と $g_3^2 = g^2 T$ なる関係にある。ゼロモード以外の積分（フェルミオンも含む）は ϕ のポテンシャル項 $V(\phi)$ をもたらすが、高温では $V''(0) > 0$ となることがわかるので、系はどんなに高温でも閉じ込め相にある。つまり、摂動論で見られた磁気遮蔽と関係する非摂動現象は、高温 3 次元有効理論の閉じ込め現象と関係した本質的問題なのである。

十分高温であれば、ハードスケール、ソフトスケール、スーパーソフトスケールの分離ができるので、ハードとソフトは摂動論で計算し、スーパーソフトは、格子 QCD シミュレーションなどで計算するという方針を立てることもできる [25] :

$$\frac{P(T)}{T^4} = p_{\text{hard}}(g; \lambda_E) + p_{\text{soft}}(g; \lambda_E, \lambda_M)g^3 + p_{\text{super-soft}}(g; \lambda_M)g^6. \quad (25)$$

ここで、 p_{hard} は、 $k > \lambda_E^{-1}$ にある運動量からの寄与、 p_{soft} は、 $\lambda_E^{-1} > k > \lambda_M^{-1}$ にある運動量からの寄与、 $p_{\text{super-soft}}$ は、 $\lambda_M^{-1} > k$ にある運動量からの寄与である。最初の 2 つは、赤外カットオフが導入されたために赤外発散はあらわれない。 $p_{\text{super-soft}}$ は、摂動論では計算できず、格子 QCD シミュレーションなどの手法で計算する必要がある。最終結果は、もちろん $\lambda_{E,M}$ によらないはずである。しかしながら温度が T_{pc} の数因子倍までの時は、このようなスケール分離はそもそも成り立たないので、 $P(T)$ をそのまま非摂動的に計算するしかない。

5.3 QGP 中でのハドロン的励起

QGP 中での非摂動効果として最近注目を浴びているものに、エネルギー運動量テンソルの相関関数から引き出されるズレ粘性 [15]、カレント演算子の相関関数から引き出されるハドロン的励起のベータ-サルペーター波動関数 [13] やスペクトル関数 [14] がある。前者は、プラズマの流体的振る舞いが完全流体に近いかどうか（強結合プラズマかどうか）の指標になることはすでに図 5 に関連して 3 節で述べた。後者は、理論的には、強相關プラズマ中でハドロン的な励起モードが生き残るのではないかという初田-国広および DeTar [26] の古い指摘に関係している（最近の理論のレビューとしては [27]

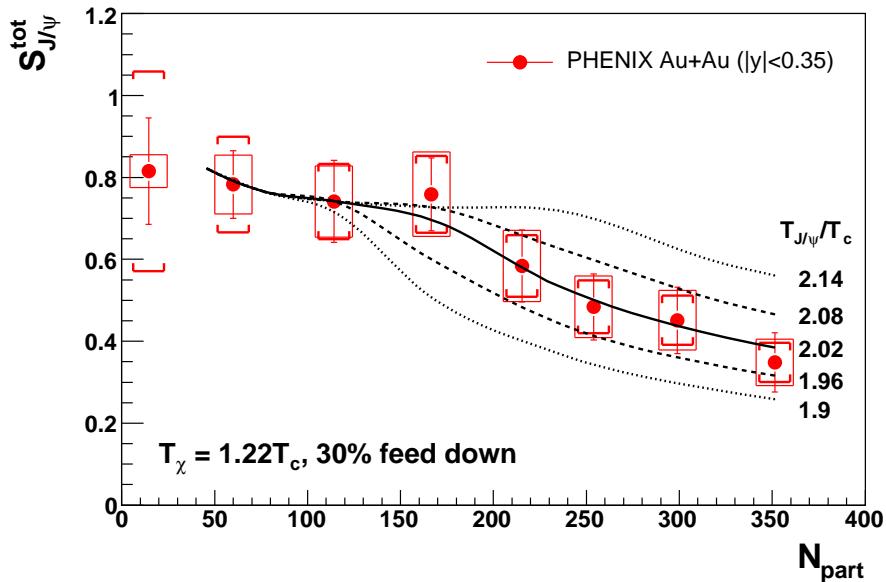


図 10: RHIC での金金衝突における、 J/Ψ の生き残り確率 $S_{J/\Psi}$ (pp 衝突の重ね合わせとして J/Ψ が生成されたとした生成量から、重陽子-金衝突でも観測される通常の J/Ψ 抑制を考慮して、異常抑制の割合に直した物理量)。横軸は、衝突に関与する核子数 N_{part} であり、それが大きいほど中心衝突（小さいインパクトパラメーターの衝突）に近い。 J/Ψ が QGP 中で溶解する温度 $T_{J/\Psi}$ 、 J/Ψ の励起状態から落ちてくる J/Ψ の割合 f_{FD} 、励起状態の溶解温度 T_χ が理論曲線のパラメーターであるが、 $T_{J/\Psi}$ は、実験データの $150 < N_{\text{part}} < 200$ での折れ曲がりと強く相関し、他のパラメーターの値によらず狭い範囲に決まってしまう。

を参照のこと）。実験的には、プラズマからのレプトン対や光子対放出の観測によりプラズマ内部の詳細な情報を探る物理と密接に関係している。

ここでは一つの例として、RHIC での金金衝突の J/Ψ 生成における J/Ψ の生き残り確率 $S_{J/\Psi}$ の N_{part} (衝突関与粒子数) 依存性を、中心ラピディティ (定義については藤井氏のレビュー参照) の場合に実験と理論で比較した図 10 に挙げておく。 N_{part} が大きい (小さい) ほど中心 (周辺) 衝突に近く、プラズマのサイズや温度が高い (低い)。理論曲線は、平野氏によるフル 3D 相対論的流体力学方程式の数値解が与えるプラズマの時空発展の背景のもとで、 J/Ψ が直線軌跡で伝播していく場合の結果である。

J/Ψ がプラズマ中で溶解する温度 $T_{J/\Psi}$ をパラメーターとし、 $T_{\text{pc}} = 170 \text{ MeV}$ として比較がなされている。 $150 < N_{\text{part}} < 200$ に見られる実験データの折れ曲がりを反映して、実験から $T_{J/\Psi}/T_{\text{pc}} \sim 2$ に決まってしまうことは、格子 QCD が同様の溶解温度を予言していることと関係して注目に値する [28]。 J/Ψ の軌跡をランジュバン方程式を解いて決める事、 J/Ψ が $T_{J/\Psi}$ の前後で連続的に溶解する効果を考える事、 $T_{J/\Psi}$ の p_t 依存性の効果 (夏梅氏の指摘による) など、様々な理論的改良を考えられるが、ここで強調したいのは、実験と理論の双方の進歩により、このような定量的議論が可能になりつつあるということである。

6 まとめ

クォーク・グルオン・プラズマの研究は、理論的にも実験的にも、過去 5 年間で飛躍的にすすんだ。理論的には、格子 QCD シミュレーションの進展が著しく、実験的には大量のデータが RHIC からもたらされている。理論と実験を繋ぐ解析手法としての相対論的流体力学も急速な進歩を遂げ、完全流体であればフル 3D シミュレーションが可能になった。

これらの研究から浮かび上がりつつあるのは、QGP が単純な自由ガスとは異なり、強い相関を持つプラズマであるという事実である（藤井氏、室谷氏、板倉氏のレビューを参照のこと）。また、この強相関プラズマについての理解を得る新しい手法として、AdS/CFT 対応に基づく研究が進展している（今村氏、杉本氏、橘氏、夏梅氏のレビューを参照のこと）。遅くとも数年後には、LHCにおいて、より高エネルギーでの重イオン衝突実験が始まり、実験室で最高温・最高エネルギー密度のプラズマが実現されると期待される。QGP の全容解明に向けて、今回の研究会のような分野を越えた研究者の交流が今後ますます重要になってくることは疑いない。

参考文献

- [1] I. Langmuir, Proc. Nat. Acad. Sci. U. S., **14** (1928) 628.
- [2] <http://www.bnl.gov/rhic/>
- [3] <http://aliceinfo.cern.ch/>
- [4] K. Rajagopal and F. Wilczek, in *Handbook of QCD*, ed. M. Shifman (World Scientific, Singapore, 2001) [hep-ph/0011333].
- [5] K. Yagi, T. Hatsuda and Y. Miake, *Quark-Gluon Plasma*, Cambridge Univ. Press (Cambridge, 2005).
- [6] P. Gerber and H. Leutwyler, Nucl. Phys. **B321** (1989) 387.
- [7] J. C. Collins, and M. J. Perry, Phys. Rev. Lett. **34** (1975) 1353.
- [8] U. Kraemmer and A. Rebhan, Rept. Prog. Phys. **67** (2004) 351 [hep-ph/0310337].
- [9] C. Bernard *et al.*, Phys. Rev. **D75** (2007) 094505 [hep-lat/0611031].
- [10] T. Hatsuda, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **34** (2007) S287 [hep-ph/0702293].
- [11] T. Matsui and H. Satz, Phys. Lett. **B178** (1986) 416.
- [12] T. Hashimoto, K. Hirose, T. Kanki and O. Miyamura, Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 2123.
- [13] T. Umeda, R. Katayama, O. Miyamura and H. Matsufuru, Int. J. Mod. Phys. **A16** (2001) 2215 [hep-lat/0011085].
- [14] M. Asakawa and T. Hatsuda, Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 012001 [hep-lat/0308034].
- [15] A. Nakamura and S. Sakai, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 072305 [hep-lat/0406009].
S. Sakai and A. Nakamura, PoS **LAT2005**, 186 [hep-lat/0510100].
- [16] M. Asakawa and K. Yazaki, Nucl. Phys. **A504** (1989) 668.
- [17] T. Hatsuda, M. Tachibana, N. Yamamoto, and G. Baym, Phys. Rev. Lett. **97** (2006) 122001 [hep-ph/0605018].
- [18] Y. Aoki, G. Endrodi, Z. Fodor, S. D. Katz and K. K. Szabo, Nature **443** (2006) 675 [hep-lat/0611014].
- [19] M. Fukugita, M. Okawa and A. Ukawa, Nucl. Phys. **B337** (1990) 181.

- [20] B. Svetitsky, Phys. Rept. **132** (1986) 1.
- [21] R. D. Pisarski and F. Wilczek, Phys. Rev. D **29** (1984) 338.
- [22] S. Ichimaru, Rev. Mod. Phys. **54** (1982) 1017.
- [23] E. Braaten and A. Nieto, Phys. Rev. D **53** (1996) 3421 [hep-ph/9510408].
- [24] A. D. Linde, Phys. Lett. B **96** (1980) 289.
- [25] E. Braaten and A. Nieto, Phys. Rev. Lett. **76** (1996) 1417 [hep-ph/9508406].
- [26] T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 158.
C. DeTar, Phys. Rev. **D32** (1985) 276.
- [27] T. Hatsuda, Int. J. Mod. Phys. A **21** (2006) 688 [hep-ph/0509306].
T. Hatsuda, *PoS LAT2006*, 010
[http://pos.sissa.it//archive/conferences/032/010/LAT2006_010.pdf].
- [28] T. Gunji, H. Hamagaki, T. Hatsuda and T. Hirano, [hep-ph/0703061].