

# Holographic QCD and Pion Mass

橋本幸士<sup>1</sup>

東京大学大学院総合文化研究科

酒井杉本模型はホログラフィック QCD を代表する模型であるが、そこに現れるパイオンは無質量である。これは、模型にはクォークに質量が入っておらず、カイラル対称性が陽には破れていないことを意味する。本研究では、カイラル対称性の陽の破れなどを研究するため、酒井杉本模型のパイオンに質量を入れることを、D ブレーンの配置の変形により実現する。結果として起こるベクトルメソン質量スペクトルの変化を計算し、また、模型の変形に対応するカイラル摂動の正体を議論する。本発表は、平山氏・三輪氏との共同研究 [1] に基づく。

## 1 概要と結論

弦理論において D ブレーンの異なる等価な二つの見方から発見された AdS/CFT 対応を QCD に応用することは、その AdS/CFT 対応の発見のころから続いてきたが、近年はこれをホログラフィック QCD と呼び、一大分野にまで発展している。これは、D ブレーンによるクォークの自由度の取り扱い方が比較的理説されてきた、ということがその主要な発展の要因である。特に、酒井杉本模型 [2] は、ホログラフィック QCD の top-down 的なアプローチにおける様々な模型の中でも、カイラル対称性の自発的な破れが高次元幾何学的に理解できる、といった大変優れた模型である。本研究は、酒井杉本模型の、弦理論で許される変形を考えることで、酒井杉本模型の困難の一つを解決しようとする試みである。

困難とは、酒井杉本模型ではクォークの質量がゼロであるということである。したがって、酒井杉本模型では、結果として出現するメソンのうちパイオンは無質量である、すなわち、カイラル対称性の自発的破れは起こっているが、陽な破れは取り入れられていない。つまり、例えばカイラル対称性のオーダーパラメーターはどう計算されるか、などの問題が残ったままになっている。本研究では、top-down 的なアプローチにより、酒井杉本模型のパイオンに質量を導入することに成功した。手順は以下のとおりである：

- (i) 酒井杉本模型において、クォークに質量が与えられると期待される D ブレーンの変形を考える。
- (ii) その変形が、D ブレーンの有効作用のレベルでどう与えられるかを決定する。
- (iii) その変形入りで、有効作用の解析を行い、メソンの質量スペクトルを得る。
- (iv) D ブレーンの有効作用はカイラル摂動理論の作用となると考えられるので、その形から、我々の与えた変形がどのようなカイラル摂動なのかを決定する。

以下では、そのそれぞれの段階のまとめを述べることとするが、ここでは簡潔に結論のみ述べておく。

まず、カイラル対称性を陽に破るために、我々は酒井杉本模型の D8 ブレーンと反 D8 ブレーンを変形し、平坦な時空内でも連結されているような D ブレーン配置を考えることにする。酒井杉本模型では、背景時空が曲がっているためにこれら 2 種類の D8 ブレーンが連結され、これがカイラル対称性の自発的破れを引き起す。したがって、D4 ブレーンの作り出す背景重力の支えなしに D8 ブレーンを連結することが出来れば、それはカイラル対称性の陽な破れを表すはずである。

---

<sup>1</sup>e-mail address: koji@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

これを実現するために、我々は D8 ブレーンと反 D8 ブレーンの上に、付加的な D4 ブレーンを乗せ、その電荷保存を要請して、平坦な時空内での連結を実現した。この付加的な D4 ブレーンは、D8 ブレーンの上ではインスタントンと同じであると考えられるので、結局、酒井杉本のメソンの解析を、インスタントン背景で行うことと、パイオンに質量が入ると期待される。我々はこの解析を遂行し、実際にパイオンに質量が入っていることを確認した。パイオンの質量は、インスタントンのサイズに比例しているので、それを手で変えていくことで、現実的なパイオンの質量を得ることが出来る。他のメソンの質量スペクトルへの影響も調べたが、それは結果として、酒井杉本の解析とあまり変化は無かった。

カイラル摂動作用は D8 ブレーンの作用そのままであるはずなので、我々のインスタントン背景がこの作用にどのような影響を与えているかも調べた。すると、クォーク質量起源と考えられるカイラル摂動の良く知られた形を再現することは出来なかった。したがって、我々の行った変形は、残念ながら、クォークに質量を入れた変形であるとは考えにくい、という結論となった。しかし、パイオンの質量を導入するための一つの弦理論的に矛盾の無い方法を与えたことは事実であり、将来の足がかりとしたいと考えている。

## 2 top-down 的立場

本研究会では酒井杉本模型の提案者本人による講演があるので、そのレビューはここでは行わない。しかし、まずその立場について、我々のフォローする立場を説明しておく必要がある。我々のとる手法は、top-down 的な手法である。

ホログラフィックな考え方で QCD を解析するにおいて、一般的に二つの立場がある：一つは top-down 的な手法、もう一つは bottom-up 的な手法である。top-down とは、弦理論から出発し、QCD を低エネルギーで出すような D ブレーン配置を工夫して構成して、その超重力ブラックホール解を更に構成して、そのホライズン近傍極限をとることにより、QCD に等価な重力模型を得るという方法である。この方法では、QCD を実際に扱っているという点が明確ではあるが、弦理論の D ブレーン配置には幾多の制限があり、その制限を満足する D ブレーン配置を持ってくることが困難である。また、たとえ解析したいゲージ理論を生み出す D ブレーン配置が見つかったとしても、その重力解が求まるかどうかは更に大きな問題である。様々なゲージ理論の物質場は、一般には D ブレーンの交差点上に実現されることが多い。しかし一方で、交差する D ブレーンの重力解は、非常に特殊な場合しか見つかっていない。結果として、一般には、ほしい D ブレーン配置に対応する超重力理論の古典解は、見つかっていない場合がほとんどであると考えて間違いない。酒井杉本模型もその一つであり、したがって、酒井杉本模型で導入されるフレーバーブレーン（D8 ブレーン）は、重力解に置き換えることはせず、プローブ近似と称してそのままそこに「そっと」置くことにするのである。一方で bottom-up 的なアプローチとは、QCD で必要とされる物理量を考えて、それに双対な曲がった重力背景の高次元理論を、AdS/CFT 対応の辞書を眺めながら書く、という考え方である。理論のパラメーターは、実際の観測結果や QCD に含まれている様々な物理的性質を考えながら決める。これは、すなわち、現象論である。したがって、重力背景が超重力理論の運動方程式を満足しているかどうかは、通常は問わない。この手法では、様々な理論を組み立てることが出来、さらに自由度もかなり大きく、実験との比較も行いやすいが、一方で、本当に QCD を扱っているのかどうかという点に関しては謎のままであるので、現象論の域を超えることが出来ない。通常の素粒子現象論ならば、例えば繰り込み可能性などを要求するためある程度の縛りはあるが、この bottom-up 的な手法は高次元のしかも曲がった背景時空の理論なので、繰り込み可能性を要求することさえしない。すなわち、理論のパラメーターが無限個ある。我々は、技術的困難は大きいが物理的な意味が明白になる top-down 型を採用する。

### 3 酒井杉本模型の変形

本原稿では、計算の詳細等は述べず、我々の研究の概念的概略を述べたい。詳細の計算に関しては、本論文 [1] を参照していただきたい。

冒頭に述べたように、酒井杉本模型の変形を、カイラル対称性を陽に破るように行なうことが我々の目標である。カイラル対称性は、重力側の見方では、D8 プレーンの上のゲージ対称性  $SU(N_f)$  と、反 D8 プレーン上のゲージ対称性  $SU(N_f)$  がそれぞれ left と right のものとして実現されている。クォーク質量があると、これが diagonal な  $SU(N_f)_V$  に破れるはずである。我々の場合、このような破れは、無理やり D8 プレーンと反 D8 プレーンが連結されるために起こると解釈できる。これを実現するため、D8 プレーンの上に付加的な D4 プレーンを置き、一方で反 D8 プレーンの上には付加的な反 D4 プレーンを置いてみる。そして、それらが途中で D8 プレーンから反 D8 プレーンの方へつながってジャンプしているような状況を考える。D4 プレーンは D8 プレーンに束縛されているので、一般には D8 プレーンも従って連結されなくてはならない。このようにすれば、D8 プレーンたちが連結され、カイラル対称性が破れると期待できる。

D4 プレーンの束縛が小さくなると、D4 プレーンは D8 プレーンから離れることができ、そうすると D8 プレーンの連結も解かれるはずである。これが、酒井杉本模型への還元となる。すなわち、我々の変形は、D4 プレーンの束縛の状況を決めるパラメーターでパラメトリライズされているということになる。

D8 プレーン上の D4 プレーンは、実は Yang-Mills のインスタントンで表されることが知られている。D4 プレーンと D8 プレーンは次元が空間的に 4 異なっているが、これが、インスタントンが 4 次元空間に局所化していることと対応している。D4 プレーンの束縛は、インスタントンのサイズでパラメトリライズされている。すなわち、インスタントンのサイズがゼロになると、束縛は無くなり、酒井杉本模型に帰着するはずである。

付加的な D4 プレーンの置くべき方向は、自動的に決まってしまう：それは  $S^4$  に局所化しているべし、という要請が出る。これは、上記のように D8 プレーンを連結しようとすると、酒井杉本模型の  $z$  の方向すなわちカラーを与える D4 プレーンから離れる動径方向にこの付加的な D4 プレーンは伸びていないといけないからである。この  $S^4$  は、酒井杉本模型では従来考えられていなかった方向であり、この方向のゲージ場の自由度を利用するのが我々の研究の新しい点である。

ここまで決まると、後の解析は非常に簡単である。インスタントンを、曲がった時空上の D8 プレーンの作用の中で背景場として導入し、その周りで、酒井杉本が行ったのと全く同じスペクトル解析を行えばよいのである。

### 4 メソンのスペクトルの解析とカイラル摂動

インスタントンの背景を、酒井杉本では考慮していなかった  $S^4$  方向のゲージ場すなわち  $A_i$  について導入する。すると、メソンにはこのインスタントンからの質量項が加わることが明白である。理由を説明しよう。例えばパイオンは  $A_z$  のカルツァークライン展開から来ているが、それに今では付加的にインスタントン配位から  $[A_z, A_i]^2$  という項が存在している。これはまさに、 $A_z$  に対する質量項を生む。同様に、ベクトルメソンの源である  $A_\mu$  に対しても質量項の寄与がある。これらの項を考慮し、 $S^4$  方向での質量固有方程式を解けば、パイオンなどの質量スペクトルが得られる。ここでは計算は述べずに、スペクトルの結果のみを表で示す。

この表では、単位は MeV であり、 $\mu^{-1}$  とはインスタントンのサイズを表している。 $\rho$  メソンの質量 (776Mev) をフィッティングの基準として選んでおり、 $\mu^{-1} = 0$  が酒井杉本模型への還元である。 $\mu$  を 13.0 あたりに選ぶと、観測結果と矛盾の無いパイオン質量が得られることが分かる。更に、その導入による、ベクトルメソンの質量スペクトルへの影響は、酒井杉本模型と比べて、ほとんど無いことが判明した。

$\mu^{-1}$	0	0.02	0.05	1/13.0	0.1	0.2	1.0
$m_{\pi^\pm, \pi^0}$ (140,135)	0	36.4	88.7	132	167	285	624
$m_\rho$ (776)	(776)	(776)	(776)	(776)	(776)	(776)	(776)
$m_{a_1}$ (1230)	1189	1188	1186	1183	1179	1162	1046
$m_{\rho'}$ (1465)	1607	1607	1603	1596	1589	1550	1308

次に、我々の変形がどのような意味を持つのかを、カイラル摂動理論との比較で考えてみる。D8 ブレーンにインスタントンを入れた今の作用は、そのままカイラル摂動論の作用と比較が可能である。その際に選ぶゲージ場のパラメトリゼーションは酒井杉本の論文とほとんど同じであり、それは陽にカイラル摂動論との比較を可能にする。我々のインスタントンの導入による付加項は、

$$\text{Tr}[A_i U A_i U^\dagger]$$

のような形となることが計算の結果判明した。ここで、 $U$  は通常のカイラル摂動論のとおり、 $U \sim \exp[i\pi(x)/f_\pi]$  であって、この項はパイオンの質量項を与えていた。明らかに、これは通常のカイラル摂動論でのパイオンの質量項  $\text{Tr}[MU]$  とは異なっている（ここで  $M$  はクォークの質量行列である）。すなわち、我々の変形は、クォークの質量の導入とは若干異なっていると考えられる。

この問題の捉え方としては、二つの考え方がある。第一の可能性は、クォークには質量が入っているのだが、何らかの物理的な結果により、高次項のみが実現されてしまったという可能性。このような例としては、Stern 相と呼ばれるものがある。第二の可能性としては、クォークの質量項ではなく、クォークの 4 Fermi 項などが入っているという可能性である。我々の解析では、このいずれが正しい結論であるのかは判断が出来ない。それというのも、このホログラフィックなアプローチでは、カイラル摂動論のように対称性で許される全ての可能な項を書くわけではないからである。しかしながら、第一の可能性は考えにくい。高次項のみが残るような対称性は無さそうであるからである。

## 5 展望

本研究では、酒井杉本模型の変形を考え、パイオンに質量をもたらした。クォークの質量に相当するものが導入されたかどうかは疑わしいとの結論であるが、top-down 的な性質の変形は様々な制約を満たしている必要があり、その拘束が厳しい中、我々の変形は弦理論的な要請を満足している変形である。今後、酒井杉本模型を筆頭に、このホログラフィックな QCD へのアプローチは発展していくに違いないが、top-down 的な模型には先導的な役割を果たしてほしい。QCD を解析しているという確かな歩みを持ち、どのような点で QCD と出発点が異なっているかという意識を明確にしてほしいという欲求から、ホログラフィック QCD が top-down 的に記述されることは、現象論からの一步進んだ解析として、重要である。

その一方で、弦理論の他の側面もこの top-down の欲求を生んでいる：弦理論は今まで、現実世界を記述することは非常に困難であると言われ続けてきた。しかし、ホログラフィック QCD の top-down 的アプローチの成功は、今までとは異なった意味での弦理論と現実世界との強固なつながりを与えていている。弦理論の新しい意義付けを可能にしたこのホログラフィック QCD は、このような意味でも歓迎されるべきであろう。

酒井杉本模型にとどまらず、さまざまな D ブレーンによる模型について、変形可能性とそれらのユニバーサルな性質を引き出す努力は必要であろう。また、ハドロン物理で解析が困難な様々な物理量が、まだたくさん存在している。それらをホログラフィックな立場で解析してみることも重要であろう。本研究のようなひとつの変形に限らず、さまざまな変形やその考察がどのような新しい物理的視点を生み出すのかは非常に興味深く、これらが今後の課題である。

## 謝辞

話をする機会を与えてくださいり、また、新しい研究の芽を作るための場を提供してくださった、本研究会オーガナイザーの皆さんに感謝いたします。

## 参考文献

- [1] K. Hashimoto, T. Hirayama and A. Miwa, “*Holographic QCD and pion mass*,” JHEP 06 (2007) 020, [arXiv:hep-th/0703024].
- [2] T. Sakai and S. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **113** (2005) 843 [arXiv:hep-th/0412141].  
T. Sakai and S. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **114** (2006) 1083 [arXiv:hep-th/0507073].