

# 膨張するクォークグルーオンプラズマ中の異常粘性

浅川 正之<sup>1</sup>

大阪大学大学院理学研究科

本論では、膨張しているクォークグルーオンプラズマが異常粘性とよばれる粘性をもつことを議論する。この異常粘性は、ダイナミカルに生成されたカラー場とパートンとの相互作用の結果生じる。この異常粘性の効果は速度場の勾配が大きい場合、あるいは弱結合の場合に、通常の衝突による粘性の効果よりも顕著となる。この効果は、RHICにおける原子核衝突において生成された物質がほぼ完全流体であるということへの説明を与える。

## 1 はじめに

RHIC ( Relativistic Heavy Ion Collider ) における原子核の非中心衝突において観測されている非等方流れ ( 楕円型流れ ) は、完全流体計算による予言と非常によく一致している。実験の結果から、流体のずれ粘性  $\eta$  は現在予言されている下限値  $\eta_{\min} = s/4\pi$  [1, 2, 3] よりも、あまり大きくはあり得ないことがわかっている。ここで、 $s$  はエントロピー密度である。この結果から、RHICにおいてつくられた物質は強結合系である sQGP ( strongly coupled quark-gluon plasma ) であるという推測がなされたが、現実生成された物質の微視的理解はいまだ確立しているとは言えない [4, 5]。

本論においては、膨張しているクォークグルーオンプラズマに特有な、弱結合においても小さな粘性 ( 一般には弱結合においては粘性は大きくなることに注意 ) を与える機構について議論する。この新しい機構は、乱流的場 ( 特に磁場 ) を伴ったプラズマ中における粒子輸送の理論に基づいている [6, 7]。そのようなプラズマは、ある不安定領域において大振幅にコヒーレントに励起された場によって特徴付けられる。この大振幅場はコヒーレントに荷電粒子を散乱し、その結果、運動量輸送を抑制する。通常の電磁場中のプラズマにおいては、この乱流的場 ( 磁場 ) による散乱によって、粘性は大きく減少することが知られている [8, 9]。Abe と Niu に従い、この乱流的場の輸送係数への寄与を「異常 ( anomalous )」と呼ぶことにする [9]。

乱流的かつ ( ほぼ ) コヒーレントな場の生成のための十分条件は、荷電粒子の存在によるゲージ場の不安定性の存在である。この条件は、電磁プラズマの場合には、Weibel によって示されたように、運動量空間において非等方的な粒子分布が存在する時には満たされることになる [10]。また、QCD の場合のクォークグルーオンプラズマにおいても、運動量分布が非等方的な場合にはこの不安定性が存在することが知られている [11, 12, 13]。

乱流的場は、通常の粒子間の衝突による粘性に加えて、異常粘性を与える。この異常 ( ずれ ) 粘性を  $\eta_A$  と記すことにする。この異常粘性は乱流的場が強くなるほど小さくなる。この乱流的場は粒子分布の非等方性が大きくなればなるほど強くなるので、大きな粒子分布非等方性が存在すれば、異常粘性はより小さくなることになる。異なる機構による粒子の緩和の割合は加法的なので、実際に観測される粘性は、 $\eta^{-1} = \eta_A^{-1} + \eta_C^{-1}$  で与えられることになる。ここで  $\eta_C$  は、粒子間の衝突によるずれ粘性である。これによると、 $\eta_A$  が  $\eta_C$  よりも小さい場合には、 $\eta_A$  がほぼ実際の粘性を定めることがわかる。その場合には、磁場と粘性は自己無撞着に決まることになる。つまり、非等方性は  $\eta_A$  が大きくなるにつれて大きくなるが、非等方性が大きくなると逆に  $\eta_A$  を小さくするように働く。この平衡は摂動に関して安定である。

<sup>1</sup> e-mail address: yuki@phys.sci.osaka-u.ac.jp

## 2 異常粘性

本論では、 $\eta_A$  の発見的な導出を示す。より組織的な導出については、[14, 15] を見られたい。古典輸送理論によると、ずれ粘性は

$$\eta \approx \frac{1}{3} n \bar{p} \lambda_f \quad (1)$$

と与えられる。ここで、 $n$  は粒子密度、 $\bar{p}$  は粒子の平均 ( 熱 ) 運動量、 $\lambda_f$  は平均自由行程である。弱結合クォークグルーオンプラズマ ( 温度  $T$  ) に対しては、 $n \approx 5T^3$ 、 $\bar{p} \approx 3T$  である。 $\eta_C$  は、平均自由行程を輸送断面積  $\lambda_f^{(C)} = (n \sigma_{tr})^{-1}$  を用いて表すことにより求められる。摂動論的 QCD によるクォークグルーオンプラズマ中における輸送断面積を用いることにより、leading log 近似による摂動論的 ( 衝突 ) ずれ粘性 [16] と同じ結合定数および温度依存性を再現することができる。異常粘性も、 $\eta$  に対する同じ関係式 ( 1 ) を用いることにより求めることができる。この場合には平均自由行程は、熱的パートンがそのもとの運動の向きを「忘れる」のに必要なカラー磁場のドメインの数を評価することにより求められる。カラー磁場の強度を  $B^a$  (  $a$  はカラーの添字 ) とすると、大きさ  $r_m$  の一つのコヒーレントなドメインが引き起こす運動量の変化は  $\Delta p \sim g Q^a B^a r_m$  のオーダーである。ここで、 $Q^a$  はパートンのカラー電荷である。それぞれのドメインのカラー場が関連していないとすると、この乱流的場の作用による平均自由行程は

$$\lambda_f^{(A)} = r_m \langle (\bar{p} / \Delta p)^2 \rangle \sim \frac{\bar{p}^2}{g^2 Q^2 \langle B^2 \rangle r_m} \quad (2)$$

と与えられる。異常ずれ粘性は従って

$$\eta_A \sim \frac{n \bar{p}^3}{3 g^2 Q^2 \langle B^2 \rangle r_m} \sim \frac{9 s T^3}{4 g^2 Q^2 \langle B^2 \rangle r_m} \quad (3)$$

となる。

次に場の平均強度  $\langle B^2 \rangle$  とドメインの大きさ  $r_m$  を評価する。まず、この大きさは不安定な場のモードの特徴的な波長によって与えられることに注意する。熱平衡近傍では、ハードな熱的パートンがソフトなカラー場におよぼす影響を記述するのに適当なスケールは、電気的カラー遮蔽質量 ( デバイ質量 )  $m_D \sim gT$  である。運動量空間での非等方性の強さを表すために次元をもたないパラメーター  $\xi$  を導入すると [13]、不安定モードの領域は  $k^2 \leq \xi m_D^2$  のように表される。従って、 $r_m$  は  $r_m \sim \xi^{-1/2} (gT)^{-1}$  と見積もられる。しかしながら、通常のプラズマの場合と違い、QCD の場合にはヤン・ミルズ方程式における非線形項が微分を含んだ項と同程度の大きさ、 $g|A| \sim k$  ( つまり  $g^2 \langle B^2 \rangle \sim k^4 \sim \xi^2 m_D^4$  ) になると、不安定ソフトモードの指数関数的成長は飽和してしまう。

( 3 ) 式の分母は、このように場の成長が飽和した時には、

$$g^2 Q^2 \langle B^2 \rangle r_m \sim \xi^{3/2} m_D^3 \sim \xi^{3/2} (gT)^3 \quad (4)$$

と評価される。つまり、異常ずれ粘性は

$$\eta_A \sim \frac{s}{g^3 \xi^{3/2}} \quad (5)$$

と与えられることになる。この結果から、もし結合定数  $g$  が十分小さいか粒子分布の非等方性  $\xi$  が十分大きければ、 $\eta_A$  は  $\eta_C$  よりも小さくなることがわかる。

[13] において、非等方的な運動量分布は以下のようにパラメトライズされている。

$$f(\mathbf{p}) = f_0 \left( \sqrt{p^2 + \xi (\mathbf{p} \cdot \hat{n})^2} \right) \approx f_0(p) - \frac{\xi (\mathbf{p} \cdot \hat{n})^2}{2 E_p T} f_0(1 \pm f_0) \quad (6)$$

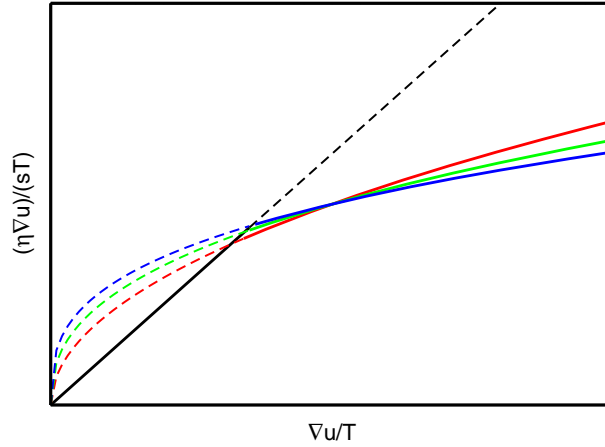


図 1: 衝突粘性と異常粘性による応力テンソルの速度勾配依存性の模式図。衝突粘性による応力テンソルは直線で見られ、異常粘性による応力テンソルは曲線で見られている。三つの曲線は、それぞれ  $n = 1.5, 2, 2.5$  に対応する（本文を参照のこと）。実線はそれぞれの速度勾配の大きさ  $|\nabla u|/T$  の領域で主要な粘性（系の有効的な粘性を定める粘性）を示す。

ここで、 $f_0$  は熱平衡分布である。縦方向への流れとして boost-invariant な流れ（Bjorken flow）を仮定する場合には、パートンの質量を無視すると、 $\eta$  と  $\xi$  の間の関係式として以下の表式を得る。

$$\xi = 10 \frac{\eta}{s} \frac{|\nabla u|}{T}, \quad |\nabla u| \equiv \left[ \frac{3}{2} (\nabla u)_{ij} (\nabla u)_{ji} \right]^{1/2} = \frac{1}{\tau} \quad (7)$$

ここで、 $(\nabla u)_{ij}$  は以下のように定義される。

$$(\nabla u)_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i u_j + \nabla_j u_i) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \quad (8)$$

（5）と（7）を連立させることにより（（7）では  $\eta = \eta_A$  と置いた）

$$\frac{\eta_A}{s} = \bar{c}_0 \left( \frac{T}{g^2 |\nabla u|} \right)^{3/5} \quad (9)$$

を得る。

応力テンソル（正確には、ずれ応力テンソル）に対するずれ粘性の効果は  $\eta |\nabla u|$  に比例する。粒子間の衝突による粘性の場合には、最低次では  $\eta$  は定数であるので、応力テンソルは  $|\nabla u|$  に比例する。一方、異常粘性（9）は速度場の勾配が大きくなるにつれて小さくなるので、上で仮定した速度場（Bjorken flow）に対しては、応力テンソルは  $|\nabla u|^{2/5}$  に比例することになる。この  $\eta_A$  の  $|\nabla u|$  への本質的に非線形な依存性は、まさに「異常粘性」と呼ぶのに相応しい。

この衝突粘性と異常粘性による応力テンソルの速度場の勾配に対する依存性の違いを、図 1 に模式的に示す。衝突粘性は勾配に依存しないため、勾配が非常に小さい場合には衝突粘性の方が小さくなり、系の粘性は衝突粘性で決まることになるが、大きな勾配に対しては異常粘性の方が小さくなり、系の粘性は異常粘性で決まることになる。この二つの場合が移り変わる点の具体的位置は定数  $\bar{c}_0$  に依存するが、（9）式により、この点の位置は結合定数  $g$  が小さくなるにつれて図 1 において左方に移動することがわかる。また、図 1 には、乱流のカラー場のエネルギー密度に関する式、 $\langle B^2 \rangle = b_0 g^2 T^4 \xi^n$  において、異なる  $n$  を用いた時の（今までの表式は  $n = 2$  に対応する）定性的違いを示してある。最後に、ずれ粘性に対するいわゆる Kovtun-Son-Starinets（KSS）限界、 $\eta \geq s/4\pi$  [3] の議論は、異常粘性に対しては適用できないことに注意する。

### 3 まとめ

本論では、非等方的に膨張しているクォークグルーオンプラズマ中における異常粘性について議論した。この異常粘性のために、(非等方的に)膨張しているクォークグルーオンプラズマ中では、弱結合においてもずれ粘性は小さくなる。この機構は、RHICにおいて観測されているずれ粘性の小ささを、強結合性(多体相関の生成によって、逆にずれ粘性が大きくなる可能性がある)を要請することなしに説明する一つの可能性を与える。

### 参考文献

- [1] U. W. Heinz and P. F. Kolb, Nucl. Phys. **A702** (2002) 269.
- [2] D. Teaney, Phys. Rev. C **68** (2003) 034913.
- [3] P. Kovtun, D. T. Son, and A. O. Starinets, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 111601.
- [4] E. V. Shuryak and I. Zahed, Phys. Rev. D **70** (2004) 054507.
- [5] V. Koch, A. Majumder, and J. Randrup, Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 182301.
- [6] T. H. Dupree, Phys. Fluids **9** (1966) 1773.
- [7] T. H. Dupree, Phys. Fluids **11** (1968) 2680.
- [8] T. Abe and K. Niu, J. Phys. Soc. Jpn. **49** (1980) 717.
- [9] T. Abe and K. Niu, J. Phys. Soc. Jpn. **49** (1980) 725.
- [10] E. S. Weibel, Phys. Rev. Lett. **2** (1959) 83.
- [11] S. Mrówczyński, Phys. Lett. **B214** (1988) 587.
- [12] S. Mrówczyński, Phys. Lett. **B314** (1993) 118.
- [13] P. Romatschke and M. Strickland, Phys. Rev. D **68** (2003) 036004.
- [14] M. Asakawa, S. A. Bass, and B. Müller, Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 252301.
- [15] M. Asakawa, S. A. Bass, and B. Müller, Prog. Theor. Phys. **116** (2006) 725.
- [16] P. Arnold, G. D. Moore, and L. G. Yaffe, JHEP **11** (2000) 001.