

題目：格子QCDを用いた、クォーク間ポテンシャルの研究

高橋 徹（基礎物理学研究所）

要旨：本稿では、格子QCD計算を用いた、クォーク3体間のポテンシャルの研究について報告します。この内容は、論文[1][2]に基づいています。

1. 量子色力学

この世界の構成要素の一部である、陽子や中性子など「ハドロン」と総称される粒子は、強い相互作用に従います。湯川秀樹はこの強い相互作用の起源を説明するために、中間子を導入し、その存在を予言しました。現在においては、これらハドロンの系はその背後にある量子色力学(Quantum ChromoDynamics, QCD)によって支配されており、クォークやグルーオンからなる多体系であることがわかっています。

これらクォーク・グルーオンを支配する、強い相互作用の基礎理論であるQCDはゲージ理論と呼ばれる理論の一種で、次のようなラグランジアンで記述されます。

$$L_{\text{QCD}} = -\frac{1}{2}\text{tr}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} + \bar{q}(i\gamma_{\mu}D^{\mu} - m_q)q$$
$$D^{\mu} \equiv \partial^{\mu} + igA^{\mu}, \quad G^{\mu\nu} \equiv -\frac{i}{g}[D^{\mu}, D^{\nu}]$$

クォークは場 $q(\mathbf{x})$ で表わされ、相互作用の担い手であるゲージ粒子・グルーオンは場 $A(\mathbf{x})$ で表わされています。また、 D は共変微分と呼ばれるもので、 G はグルーオン場の強さに対応します。

よく知られているゲージ理論としては量子電磁力学(Quantum ElectroDynamics, QED)があります。

QEDにおいて電荷がゲージ粒子である光子（フォトン）を交換して相互作用する（図1・左）ように、クォークもグルーオンを交換して相互作用（やはり図1・左）します。



図1：（左）荷電粒子（クォーク）はゲージ粒子である光子（グルーオン）を交換して相互作用する。（中・右）グルーオンは自分自身も電荷（色荷）を持ち、自己相互作用する。

QCDとQED。この両者で大きく違うのは、QEDは可換ゲージ理論であるのに対し、QCDは非可換ゲージ理論だということです。QEDにおいてフォトンには電荷ゼロなので、フォトン同士は相互作用しませんが、QCDではグルーオンも電荷（色荷）を持ち、グルーオン同士も相互作用しま

す。(図1・中右)このグルーオンの自己相互作用は、QCDに特徴的なさまざまな非摂動効果を引き起こします。よく知られたものとしては、カイラル対称性の自発的破れやクォークの閉じ込め現象があげられます。

カイラル対称性の自発的破れとは、元々、u,d,sクォークの質量が比較的小さいために成り立っていた、近似的な大域的対称性が自発的に破れることであり、その結果、元々のカレント質量は数MeV(u,dクォーク)であるにもかかわらず、数百MeVの構成子の質量を動的に生成します。つまり現在の世界を構成する質量の大部分はQCDのこの性質に拠っています。(ダークマター等を除いて)また、クォークの閉じ込めとはその名のとおり、カラー電荷を持った粒子、クォークが単独で観測されないという現象を指しています。本稿ではこの、クォークの閉じ込めについて話を進めま

2. クォークの閉じ込め

クォークは元々、次々出現するハドロンを統一的に理解するために持ち込まれましたが、どうしてもクォークを単体で検出することはできず、クォークの閉じ込め現象として大きな問題となっていました。今では、クォークの閉じ込めは、クォーク間に働くポテンシャルに起因していることがわかってきました。例えば、中間子の構成要素であるクォーク・反クォーク対の間に働くポテンシャルは、

$$V_{q\bar{q}} = -\frac{A_{q\bar{q}}}{r} + \sigma_{q\bar{q}}r + C_{q\bar{q}}$$

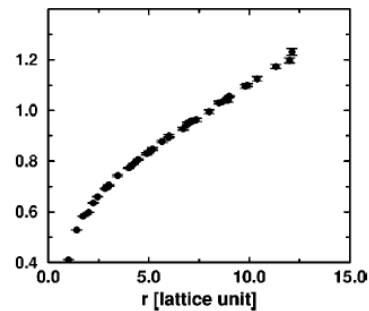


図2：(左図)クォーク・反クォーク間ポテンシャルを表す式。(Cornell potential) (右図)格子QCD計算によるクォーク・反クォーク間ポテンシャルの計算結果。横軸はクォーク・反クォーク間の距離 r 、縦軸はポテンシャルそのものの値

図2左のように、シンプルな形で表わされることが、クォークoniumのスペクトル解析・格子QCDによる直接計算などによりわかっています。ここで、 r はクォーク・反クォーク間の距離です。この形は、2つの漸近系の単純和になっていることがわかります。一つは、近距離でのone-gluon-exchange(OGE)過程の結果である、クーロン型相互作用項。もう一つは、 r に比例した線型ポテンシャルの項です。この線型ポテンシャルがあると、クォークを単体で取り出そうとしても、無限のエネルギーが必要になってしまい、取り出すことができません。これはクォーク・反クォークが一次元的なフラックスチューブでつながった描像として考えることができます。このフラック

スチューブを引き伸ばすときに必要なエネルギーは、線型ポテンシャルとなります。また、その張力は **string tension** σ で表されます。（実際にとりだそうとすると、途中でクォーク・反クォーク対を生成してフラックスチューブは切れてしまいます。切れた端点には依然として（反）クォークが存在するので、やはり単体で取り出すことはできません。）

この線型ポテンシャルは、真空の双対超伝導描像として理解することができます。超伝導体において、磁場が絞られ一次元的なフラックスを形成するように、「カラー電場」が一次元的にしぼられ、フラックスチューブを形成すると考えるわけです。

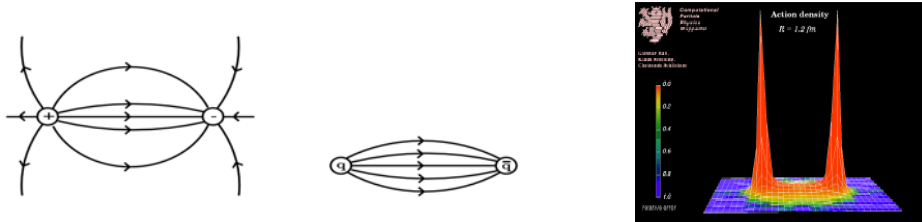


図 3 : (左) 通常の電磁相互作用では電束は絞られていない。(中) QCD 真空では電束が一次元的に絞られ、フラックスチューブを形成する。(右) 格子 QCD による、クォーク・反クォーク系でのエネルギー密度の計算。

[N. Brambilla [3], (figure was provided by G.S.Bali)]

図 3 左のような電場が、一次元的に絞られ、図 3 中のようなフラックスチューブを形成します。図 3 右は、格子 QCD を用いて、直接クォーク・反クォーク間のエネルギーを計算した結果で、フラックスチューブ状のものが観測されています。このようなクォーク・反クォーク間のポテンシャルは、クォークの閉じ込めと直接関与していますし、また、中間子の性質にもかかわってくる大変重要な物理量と考えられます。このように、クォーク・反クォーク間のポテンシャルについては、モデル計算や格子 QCD 計算など、多くの研究がなされてきましたが、バリオンの性質に直接関係するクォーク 3 体間のポテンシャルについては、直接 QCD に基づいた計算は 10 年前の計算が 2, 3 在るにとどまっていた [4]。(1999 年当時) そこで我々は、強い相互作用の第一原理計算である格子 QCD 計算を用いて、クォーク 3 体間の静的ポテンシャルを研究しました [1][2]。

3. 格子 QCD 計算

話は多少前後しますが、格子 QCD について簡単に説明します [12]。

QCD はその強結合性のため、摂動的手法が適用できず、QCD のダイナミクスを解明することは素粒子物理学において重要課題として残されています。無論、有効模型を用いた解析なども進んでいますし、数学的な方面からの研究も行われています。(QCD の mass gap の問題には Cray の数学研究所より 100 万ドルの懸賞金がかかっています。) そのような中で、格子 QCD は計算機パワーの進歩・定式化の進展により、現実的な第一原理計算の手法として、その地位を確立しています。

1974 年に K. G. Wilson が格子上に QCD を定式化・解析し、その後、M. Cleutz が実際に数値計算をして以来、発展を続けています。

ユークリッド時空における、QCDの生成汎関数、

$$Z_{\text{QCD}} = \int \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}A e^{-S_{\text{QCD}}}, \quad S_{\text{QCD}} = \int d^4x \mathcal{L}_{\text{QCD}}(q(x), \bar{q}(x), A(x))$$

は、積分変数としてクォーク場 q とグルーオン場 A を持つ、無限個の変数を持つ積分として表わされます。無限個現れるのは、場 q, A が時空の足 x を持つからです。この表式において、時空を格子状に離散化することにより、有限個数の積分変数を持つ積分形になります。この表式はボルツマン因子 $\exp(-S_{\text{QCD}})$ を持つ統計力学系と見なせ、この積分の評価には確率的手法（モンテカルロ積分）を用います。この手法は、ハドロンの質量スペクトルなどを高い精度で再現し、実験との比較に耐えうる（直接QCDに基づいた）定量的な計算手法としては、現在のところ、唯一とも言えます。

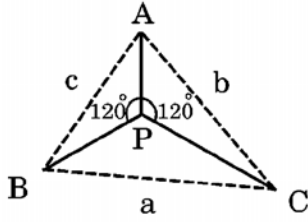
4. クォーク3体間のポテンシャル

バリオンの性質に直接関与するクォーク3体間のポテンシャルはどのようになっているのでしょうか？先ほどのクォーク・反クォーク間のポテンシャルの結果を考慮すると、クォーク3体においても、2つの漸近形の和、（近距離の寄与）＋（遠距離の寄与）となるのではないかと考えられます。このうち、OGEによる近距離でのクーロン型相互作用項は、単純な2体力の和となるだけで、特に問題はありません。問題は、非摂動的な遠距離の部分で、この部分は未解決な問題となっていました。

先ほどの結果と合わせると、遠距離ではフラックスチューブが形成されると考えられますが、どのようなフラックスチューブになるのか？フラックスチューブが形成される場合は、線型ポテンシャルとなりますが、その線型ポテンシャルは「何の」長さに比例するのか？などの問題を直接QCDに基づいて取り扱った解析はほとんどありませんでした。（1980年代終わりに、2、3あるのみで、決定的な結論には至っていませんでした。この原因は、主に、基底状態の情報を適切に取り出せていなかった（後述）ことと、調べるクォークの配位が少なすぎたことが主原因であると考えられます。）フラックスチューブに関しては、双対超伝導模型(Dual Ginzburg-Landau model)を用いた結果などでは、ジャンクションを一つ持つY字型のフラックスになることが示されました。一方で、center vortex model (ゲージ場のvortex的配位が非摂動効果を担うと考え、その自由度でダイナミクスを記述するモデル)を用いると、それぞれのクォーク間の距離の和に比例するポテンシャル、つまり、2体相互作用の和になることが示されていました[5]。これら2つは相反する結果になったわけです。

（center vortex modelを用いた計算は、後日2003年に我々の格子QCD計算の結果を受け、著者が再計算し、Y字型フラックスの長さに比例するという結果に変更されています[6]。）そこで、望まれるのは、QCDに基づいた計算であり、我々は、格子QCDを用いて、クォークの3体ポテンシャルを計算しました。

5. クォーク 3 体ポテンシャルの理論的予想



$$L_{\min} = \left[\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)} \right]^{1/2}$$

図4：(左) 最小長さを取るときの、Y字型フラックスチューブの配位。3つのクォークは点A,B,C。ジャンクションPは三角形A,B,Cに対するFermat点と呼ばれる。(右) そのときの、Y字型フラックスチューブの長さ。

Y字型のフラックスチューブが形成される場合、その形はどうなるのでしょうか。クォーク3体の位置を固定したとき、そのY字型のフラックスチューブは、もっとも長さが最小になるような配位になると考えられます。石鹼液の中に針金をいれると、石鹼液の膜ができますが、その面積が常に最小になるように膜が張ります。これと同じように考えるわけです。

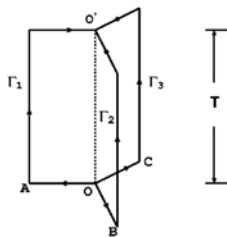
クォーク3体をおいた時の最小のY字型フラックスの長さは図4右のようになることがわかります。図4左において、クォークを点A,B,Cに配置したと考えてください。Y型フラックスのジャンクションは点Pです。簡単(?)な計算から、ジャンクションにおいて、3本のフラックスが互いに角度120度となるような配位の時に長さが最小になることがわかります。そのときのトータルの長さは右の L_{\min} で与えられることがわかります。つまりこのような配位が実現していれば、このフラックスチューブに起因するポテンシャルは、 L_{\min} に比例した値となります。

これらを総合すると、クォーク3体間のポテンシャルは、

$$V_{3Q} = -A_{3Q} \sum_{i < j} \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + \sigma_{3Q} L_{\min} + C_{3Q},$$

このような式で表わされることが予想されます。これは近距離領域でのOGEに起因するクーロン型2体相互作用項と遠距離での非摂動的な閉じ込めポテンシャルの単純な和になっています。次の章から具体的な格子QCDの結果についてお話します。

6. 格子QCD計算



$$W_{3Q} \equiv \frac{1}{3!} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{a'b'c'} U_1^{aa'} U_2^{bb'} U_3^{cc'}$$

$$U_k \equiv P \exp \left\{ ig \int_{\Gamma_k} dx_\mu A^\mu(x) \right\} \quad (k=1,2,3)$$

図5：3-quark Wilson loop。

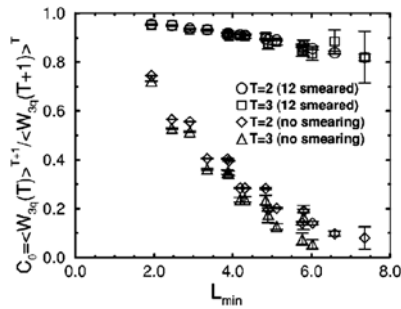
格子QCD計算では、様々な演算子の真空期待値を求めることができます。クォーク3体のポテンシャルを知りたい場合は、図5のようなオペレータの期待値を計算することになります。これはリンク変数（格子上でのグルーオン場に対応する）をユークリッド時空内の3つの経路に沿って掛け合わせ、color singletの状態になるように、 $t=0$, $t=T$ の時刻において、epsilon tensorでカラーの足を縮約したものとなっています。これは物理的には、時刻 $t=0$ で、color singlet のクォーク3体系が真空に生成され、時間 $0 < t < T$ の間伝播し、時刻 $t=T$ で、その状態が消滅するプロセスに対応します。時間方向に伸びている3つのラインは、それぞれのクォークの propagator に対応します。この時間方向に伸びるラインは、空間座標を全く変えないまま時間方向に進んでいます。つまりそれぞれのクォークは位置を変えません。これはそれぞれのクォークが static（無限に重い）であることを意味します。このように、このオペレータは、クォーク3体系の生成・伝播・消滅演算子が一つに組み合わさったものと見なすことができます。

ですから、このオペレータ $\langle W_{3Q} \rangle$ の真空期待値は、 $\langle 3Q \text{ system}(t=T) | 3Q \text{ system}(t=0) \rangle$ の寄与であり、エネルギー固有状態を用いて、

$$\langle W_{3Q}(T) \rangle = C_0 e^{-E_0 T} + C_1 e^{-E_1 T} + \dots = \sum_i C_i e^{-E_i T}$$

のような multi-exponential の形に展開されます。時間方向への伝播とともに指数関数的に減衰するのは、現在の計算は虚時間形式なので、 $\exp(-iHt)$ という演算子が、 $\exp(-Ht)$ となるからです。今、興味があるのは基底状態なので、 T を大きく取れば、初項のみの寄与となり、exponential fit などしてやれば基底状態のエネルギーが求まります。後は、いろいろな空間的な3クォークの配位について、 $\langle W_{3Q} \rangle$ を計算してやり、それぞれについて、エネルギーを extract し、解析することとなります。

これが基本の手法なのですが、実際には、このようにしようとすると、シグナルが悪いことがよくあります。なぜなら、 $\langle W_{3Q} \rangle$ の各項は指数関数的に減衰するので、 $\langle W_{3Q} \rangle$ 自体、非常に値が小さく、モンテカルロ計算による統計誤差に値が埋もれてしまうからです。無論、各指数関数の肩は変更することは不可能ですので、 C_0 を大きくしてやることを考えます。つまり、オペレータと基底状態のオーバーラップを大きくするという事です。先ほどもお話したように、時刻 $t=0$ の部分がクォーク3体系の生成演算子だったわけです。ですから、この部分を基底状態とのオーバーラップが大きくなるように、最適化すればよいわけです。これは smearing という手法で実現することができます。smearing というのは簡単に言えば、オペレータの $t=0$, T の部分を太らせたリンク変数に置き換えることに対応します。実際の基底状態は、太さを持ったフラックスチューブになっていると考えられるので、太いオペレータを使用すれば、基底状態が実現しやすくなるからです。実際、この手法は効果的で、基底状態の情報をたやすく取り出せるようになります。（過去の研究ではこの手法が用いられておらず、それが原因で有意な結果を出せなかったと考えられます。）



図：基底状態へのオーバーラップの大きさを表す C_0 。上のグループは smearing 適用時。下のグループは smearing 未適用時。

この図は、 C_0 だと考えてください。図の中におおまかに、2つのグループが見えると思います。下側は smearing しなかった場合で、上側は smearing した場合です。 C_0 が非常に enhance されているのがわかると思います。

6. 格子QCD計算によるデータ

この章では、実際に格子QCDで計算した3クォークポテンシャルを示します。

($12^3 \times 24$, $16^3 \times 32$, $16^3 \times 32$)のサイズの3種類の格子(それぞれ、格子間隔 $a \sim 0.19\text{fm}$, 0.15fm , 0.1fm)で計算を行いました。gauge actionは通常の plaquette actionです。クォークループによるグルーオンの真空偏極の効果を除いた、クエンチ近似です。調べたクォークの空間的配位は300種類以上です。

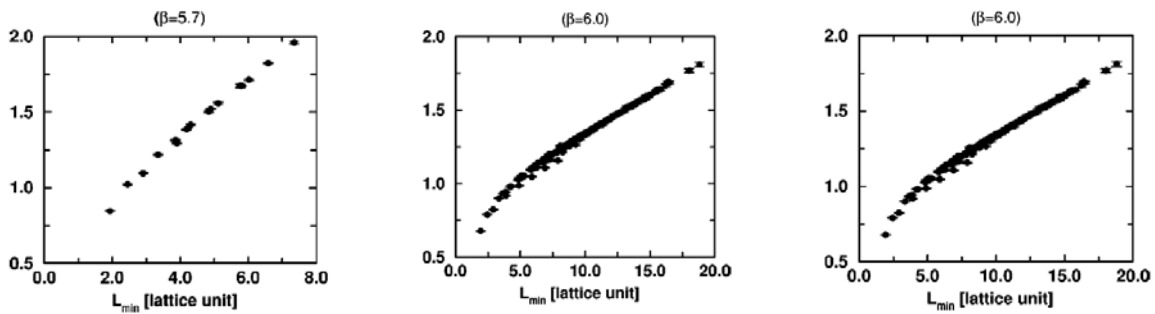


図6：3クォークポテンシャル。横軸は、 L_{min} 。単位は格子単位。それぞれ、左から、 $\beta=5.7$, 5.8 , 6.0 (格子間隔 $a \sim 0.19$, 0.15 , 0.10 fm)。

図6において、縦軸はポテンシャルの値、横軸は先ほど定義した L_{min} です。3種類の図は、それぞれ異なる格子間隔の結果に対応します。この図を見て、すぐにわかるのは、 L_{min} が大きいところでは、

データは直線に乗るということです。これは遠方で、ポテンシャルが L_{\min} に比例しているということを表しています。つまり、理論的予想の式の遠距離部分は正しいであろうということがわかります。

近距離領域で、線型になっていないのは、近距離で支配的な寄与は L_{\min} とは無関係な 2 体相互作用であるとえられるからです。（それは L_{\min} を横軸にプロットしても何の意味もありません。）

では、この近距離領域の関数形ははどのようなのでしょうか？ OGE によるクーロン型 2 体相互作用項は以下の式で与えられ、

$$V_{\text{OGE}} = \frac{g^2}{4\pi} \sum_{i < j} \frac{T_i^a T_j^a}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$$

この相互作用の強さ（係数）に関しては、クォーク・反クォークの場合（カラー 1 重項）とクォーク 3 体系の場合（カラー 3 重項）の係数の比を計算することができます。この計算を行うと、クォーク 3 体系 ($T_i^a T_j^a = -2/3$) における、OGE によるクーロン型 2 体相互作用の強さは、クォーク・反クォーク系 ($T_i^a T_j^a = -4/3$) の場合の半分になることがわかります。クォーク・反クォーク系の場合の値を input にして、3 体クォークポテンシャルから、この 2 体相互作用の寄与を差し引いてみます。

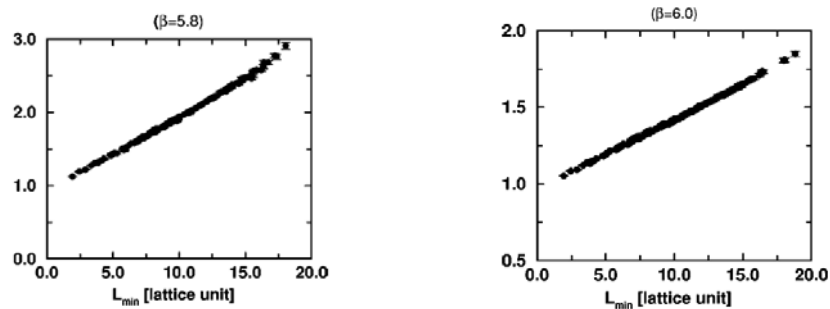


図 7：クォーク・反クォーク系での値を使って、OGE を仮定したクーロン型相互作用項を差し引いた後の、3 クォークポテンシャル。

図 7 がその結果です。クーロン型 2 体相互作用項を引くと、全体的にきれいな直線に乗ることがわかります。これは、理論的予想の式が良い精度で正しいことを示しています。

これまでの解析はどちらかと言えば定性的なものでしたが、最終的には、理論的予想の式で、データのフィットを行います。ここでは式の形のみを仮定し、その他は何も仮定していません。フィットされるパラメータは、クーロン型相互作用の係数 A と string tension σ 、定数項の C です。その結果は、

		$\sigma [a^{-2}]$	$\sqrt{\sigma} [\text{MeV}]$	A	$C [a^{-1}]$
$\beta = 5.7$	$3Q_Y$	0.1524(28)	413.0	0.1331(66)	0.9182(213)
$(a \simeq 0.186\text{fm})$	$Q\bar{Q}$	0.1629(47)	427	0.2793(116)	0.6203(161)
$\beta = 5.8$	$3Q_Y$	0.1027(6)	416.6	0.1230(20)	0.9085(55)
$(a \simeq 0.152\text{fm})$	$Q\bar{Q}$	0.1079(28)	427	0.2607(174)	0.6115(197)
$\beta = 6.0$	$3Q_Y$	0.0460(4)	407.1	0.1366(11)	0.9599(35)
$(a \simeq 0.104\text{fm})$	$Q\bar{Q}$	0.0506(7)	427	0.2768(24)	0.6374(30)

表： σ :フラックスチューブの張力(string tension), A :クーロン型 2 体相互作用の強さ, C :定数項

このテーブルのようになります。全ての格子間隔で、クォーク・反クォーク系の physical unit (MeV)での string tension σ が完全に等しいのは、これは、格子間隔を決めるときの input となっているからです。これを見て大きく二つのことがわかります。

• string tension の universality $\sigma_{3Q} \simeq \sigma_{Q\bar{Q}}$

• Coulomb 型 2 体相互作用項の係数における、OGE 計算の結果の再現 $A_{3Q} \simeq \frac{1}{2}A_{Q\bar{Q}}$

後者は、少し上で論じた OGE の関係式を再現していることを示しています。このフィットにおいては、どのような仮定もしていませんが、格子 QCD のデータは摂動計算の結果をきれいに再現しています。前者の string tension の universality というのは、クォーク間を結ぶフラックスチューブがクォーク・反クォーク系においても、クォーク 3 体系においても同じだということです。また係数 C についても、

$$C_{3Q} \simeq \frac{3}{2}C_{Q\bar{Q}}$$

という結果になっています。この計算における定数 C は lattice regularization の元でのクォークの自己エネルギーの総和に相当し、そのせいで 3 : 2 となることがわかります。注意すべきことは、この定数 C は格子が細かい極限 (カットオフが無限大の極限) では physical unit において無限大に発散する量だということです。つまり、この定数 C の絶対値そのものは現象に直結する量ではありません。

このようにクォーク・反クォークポテンシャルの場合と類似した形になっていることがわかったわけですが、依然として、このような 2 つの (近距離極限と遠距離極限) の漸近形の単純和で書けるということは驚きだと言わざるを得ません。(注：これはクォーク 3 体ポテンシャルに限ったことではなく、静的クォーク間ポテンシャルにおいて常に言える事ではありますが。)

7. まとめ、および、その後の進展

我々は格子QCDを用いて、クォークの3体ポテンシャルを計算しました[1][2]。その結果、クォーク3体系のポテンシャルは、下式のように、近距離領域でのOGEによるクーロン型2体相互作用と遠距離領域でのY字型フラックスチューブの長さに比例する閉じ込めポテンシャルの単純和で書けることを、第一原理計算である格子QCDを用いて、示しました。

$$V_{3Q} = -A_{3Q} \sum_{i < j} \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + \sigma_{3Q} L_{\min} + C_{3Q},$$

我々の研究の後、Abelian-projected lattice QCDを用いて、実際にクォーク3体系におけるエネルギー密度が Ichie et al. によって計算されました[7]。

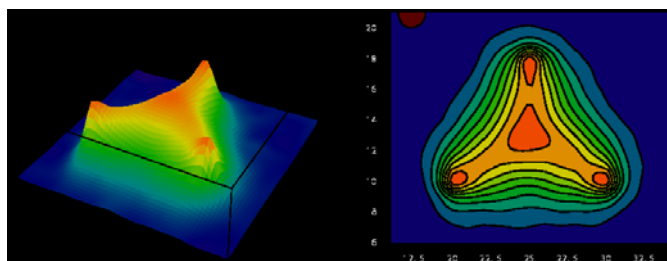


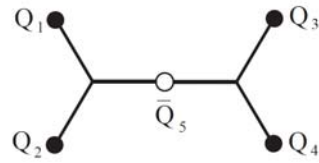
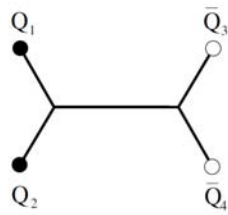
図8 : Abelian-projected QCDによる、クォーク3体系のエネルギー密度の計算。H.Ichie, V.Bornyakov, T.Streuer, G.Schierholtz, Nucl.Phys.A721:887-890,2003

きれいなY字型フラックスチューブが見えています。(図8)

また、その後、我々は、クォーク3体系におけるグルーオンの励起状態の研究[8][9]や、クォーク4体系(テトラクォーク系)[10]・クォーク5体系(ペンタクォーク系)[11]の静的ポテンシャルの研究も行っています。ちなみに、マルチクォーク系における、クォーク間ポテンシャルも、今回論じたような、近距離のクーロン型相互作用項と遠距離での線型閉じ込めポテンシャルの和になっていることがわかっています。つまり、様々なn体(n=2, 3, 4, 5)マルチクォーク系において、クォーク間ポテンシャルは、

$$V_{nQ} = \frac{g^2}{4\pi} \sum_{i < j} \frac{T_i^a T_j^a}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} + \sigma_{nQ} L_{\min} + C_{nQ}$$

のような単純な形で表されるということです。今回の解析のように、string tension σ の universality や、クーロン型相互作用項におけるOGEの結果の再現も確かめられています。テトラ・ペンタクォーク系では、 L_{\min} は複数の junction を持つ、multi-Y-type のフラックスチューブの長さになります。(下図左:テトラクォーク系、下図右:ペンタクォーク系)



参考文献

紙面の都合で載せられなかったものも多いので、[1][2]の中の reference 等を参考にさせていただけると幸いです。

- [1]T. T. Takahashi, H. Matsufuru, Y. Nemoto, H. Suganuma, Phys. Rev. Lett. 86, 18 (2001).
- [2]T. T. Takahashi, H. Suganuma, Y. Nemoto, H. Matsufuru, Phys. Rev. D65, 114509 (2002).
- [3]N. Brambilla, hep-ph/09809263.
- [4]R. Sommer and J. Wosiek, Phys. Lett. B149, 497 (1984).
- [5]J. M. Cornwall, Phys. Rev. D54, 6527 (1996).
- [6]J. M. Cornwall, Phys. Rev. D69, 065019 (2004).
- [7]H. Ichie, V. Bornyakov, T. Streuer, G. Schierholtz, Nucl. Phys. A721, 887 (2003).
- [8]T. T. Takahashi, H. Suganuma, Phys. Rev. Lett. 90, 182001 (2003).
- [9]T. T. Takahashi, H. Suganuma, Phys. Rev. D70, 074506 (2004).
- [10]F. Okiharu, H. Suganuma, T. T. Takahashi, Phys. Rev. Lett. 94, 192001 (2005).
- [11]F. Okiharu, H. Suganuma, T. T. Takahashi, Phys. Rev. D72, 014505 (2005).
- [12]格子QCDの教科書としては、Heinz J. Rothe, *Lattice Gauge Theories: An Introduction* (World Scientific 2005) ; Istvan Montvay, Gernot Munster, *Quantum Fields on a Lattice* (Cambridge University Press 1997) ; 青木 慎也 格子上の場の理論 (シュプリンガー・フェアラーク東京 2005) 等